Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 8570048
Centre d'intérêt: 841

Lepage, Ernestine.

La formation des concepts mathématiques, de la théorie à la pratique / Ernestine Lepage. -- Rimouski : Université du Québec à Rimouski, Département des sciences de l'éducation : GREME, 1984.
121 p. : 7 graph. ; 22 cm. -- (L'Une) -- (Monographie / Université du Québec à Rimouski, Département des sciences de l'éducation ; 21)

Bibliogr.: p. [117]-121.

Descripteur(s): *Mathématiques *Didactique *Concept *Formation de concepts *Modèle *Comportement de l'enfant *Primaire (Niveau)

La formation de concepts figure parmi les objectifs terminaux du programme de mathématique au primaire, tel que formulé par le ministère de l'Education; ce programme ne semble cependant pas très explicite sur ce qu'il entend par concept ou par formation de concepts. Consciente de cette lacune, l'auteur a rassemblé un certain nombre de connaissances sur le sujet: elle présente d'abord quelques acceptations du terme "concept", puis certains modèles pouvant servir à illustrer la démarche de l'intelligence quant elle conceptualise; elle relate ensuite une expérience (menée en 1981 dans une classe de sixième année), où ces modèles sont appliqués à l'apprentissage des concepts mathématiques; enfin, elle propose un modèle didactique susceptible de guider les intervenants.

Le modèle didactique proposé, élaboré à partir de divers éléments théoriques, se veut un support à la pratique pédagogique ainsi qu'un outil d'analyse des comportements de l'enseignant et des enfants en situation d'enseignement-apprentissage. La première partie du modèle reprend les étapes identifiées par Woodruff, Pelletier, Ysnoff et Gagné. La seconde partie énonce un certain nombre de réactions d'enfants, associées à chacune des étapes de la formation de concepts. La dernière partie suggère à l'enseignant un certain nombre d'interventions.

Type de document: r

EDUQ 8570048

Ernestine Lepage

LA FORMATION DES CONCEPTS MATHÉMATIQUES

DE LA THÉORIE À LA PRATIQUE

MONOGRAPHIE N° 21

Département des sciences de l'Éducation
UQAR

Collection L'UNE
Édition GREME

EDUQ 8570048

Ernestine Lepage

LA FORMATION DES CONCEPTS MATHEMATIQUES

DE LA THEORIE A LA PRATIQUE

MONOGRAPHIE No 21

Département des sciences de l'Education
UQAR

Collection L'UNE
Edition GREME

Le groupe de Recherche et d'Édition des Monographies en Éducation (GREME) a été constitué au mois de septembre 1982 par le Département des sciences de l'Éducation de l'UQAR afin de remplir un double mandat: gérer les collections "L'Une", "L'Autre" et "PPMF" des monographies du département; et faire des propositions susceptibles d'encourager les professeurs et les professeures de l'UQAR intéressés à l'éducation à s'impliquer davantage en recherche et à diffuser leurs travaux. À ce chapitre, le GREME reçoit tout rapport de recherche et toute réflexion critique dont la forme épouse aussi bien l'essai que la note inédite - mais de grande qualité - utilisée dans l'administration d'un cours.

Les monographies du Département des sciences de l'Éducation existent depuis 1977 et ont été créées afin de répondre à deux objectifs bien distincts: assurer une diffusion de qualité aux rapports de recherche ou aux réflexions critiques trop volumineux pour paraître dans une revue spécialisée mais trop spécialisés pour faire l'objet d'un livre à grand tirage; permettre également à tous les professeurs et à toutes les professeures de l'UQAR intéressés à l'éducation d'aller chercher très rapidement, au sein d'une communauté restreinte de lecteurs et de lectrices (une centaine de personnes), tous commentaires susceptibles d'améliorer la version finale d'un ouvrage conçu pour une plus large diffusion et donc soumis ultérieurement à un éditeur reconnu.

L'Éditeur

Design de la
page couverture:
Richard Fournier

© Ottawa, Canada 1984
Ernestine Lepage
Tous droits réservés

Dépôt légal - premier trimestre 1984
Bibliothèque Nationale du Québec
Bibliothèque Nationale du Canada

REMERCIEMENTS

L'auteur est à ceux qui le supportent ce que l'expression est à l'écriture. Sans l'étroite collaboration d'amis sincères, ce document aurait vu difficilement le jour.

Je remercie particulièrement Madame Jacqueline Caron, titulaire de la classe de sixième année qui, avec ses élèves, m'a permis de réaliser l'expérience relatée dans cet ouvrage. Mes remerciements vont aussi à toute l'équipe école Mont-Saint-Louis de Bic qui, avec son directeur, Monsieur Gervais Sirois, m'accueille aussi souvent que je le désire.

La correction du texte est due à la collaboration toujours assidue de mon aimable époux, Colomban Canuel, et à la clairvoyance d'une collègue, Madame Suzanne Dallaire.

À ceux qui de près ou de loin ont collaboré à la publication de cet ouvrage et à vous tous qui me lisez, merci!

Ernestine Lepage

TABLE DES MATIÈRES

		Page
Avant-propos.....		
Introduction.....		1
Chapitre I	Définition de concepts.....	5
Chapitre II	Formation de concepts.....	19
	2.1 Types de concepts.....	19
	2.1.1 Classification de Bruner.....	19
	2.1.2 Classification de Gagné.....	24
	2.1.3 Classification de Brown.....	28
	2.1.4 Construction de concepts: statique ou dynamique.....	31
	2.2 Modèles cognitifs.....	33
	2.2.1 Modèle de Pelletier.....	34
	2.2.2 Modèle de Yanoff.....	37
	2.2.3 Modèle de Woodruff.....	44
	2.2.4 Mise en relations de modèles.	50
	2.3 Conclusion et problématique.....	53

Chapitre III Application des modèles d'apprentissage des concepts mathématiques..... 57

3.1 Situation expérimentale..... 58

3.2 Description et analyse de l'expérience..... 62

3.3 Conclusion..... 88

Chapitre IV Modèle didactique..... 89

4.1 Étapes de la formation de concepts mathématiques..... 90

4.2 Réactions des enfants..... 97

4.3 Interventions du maître..... 108

4.4 Conclusion..... 113

Conclusion..... 115

LISTE DES FIGURES

Page

Fig. 1 Combinaison de quatre attributs comportant chacun trois valeurs. Les figures naturelles sont vertes, les rayées sont rouges et les pleines sont noires. (Extrait de An array of instances... Bruner, 1977, p 42)..... 21

Fig. 2 Degré d'abstraction des concepts reliés au concept de richesse (traduit de Brown, 1977, p. 71)..... 30

Fig. 3 Modèle de cognition selon Yanoff (1972 in Silberman, p. 115)..... 38

Fig. 4 Cycle dans l'apprentissage cognitif et comportemental selon Woodruff..... 46

Fig. 5 Étapes de formation de concepts selon Woodruff (traduction de Paré, 1976, Vol. II, p.66)..... 48

Fig. 6 Relation entre quatre modèles de formation de concepts..... 51

Fig. 7 Modèle didactique en vue de favoriser l'apprentissage de concepts mathématiques.... 91

INTRODUCTION

Le programme de mathématique au primaire, tel que défini par le Ministère de l'Éducation du Québec, comporte quatre catégories d'objectifs terminaux qui correspondent à quatre fins poursuivies par l'enseignement de la mathématique à ce niveau: formation de concepts, développement d'habiletés techniques, exploration de notions et utilisation de connaissances(1). L'enseignante et l'enseignant du primaire doivent se préoccuper tour à tour ou simultanément de ces dimensions. Cependant ils doivent porter une attention particulière à la première catégorie d'objectifs, la formation de concepts qui est la plus fondamentale puisque les autres apprentissages reposent sur elle.

Si le programme de 1980 attache une très grande importance à la formation de concepts dans l'enseignement de la mathématique, il ne semble pas très explicite sur ce qu'il entend par concept, ni par formation de concepts; il suggère peu de modèles et de moyens susceptibles de guider

(1) MEQ Programmes d'études. Primaire. Mathématique. Octobre 1980.

le maître(1) intéressé à développer les concepts mathématiques chez ses élèves. Tout au plus mentionne-t-il un certain nombre de comportements qui révèlent une compréhension d'un concept:

> "L'enfant doit devenir capable d'employer le concept en question dans son propre vocabulaire ou à l'aide du langage mathématique, de le transposer d'une forme de langage à une autre, de l'illustrer à l'aide d'un schéma ou d'exemples; en d'autres mots, il doit le comprendre" (p. 11).

Reste donc aux enseignants(2) le soin de se rendre compétents, s'ils ne le sont déjà, pour développer les moyens susceptibles de guider cette compréhension.

Consciente de cette lacune et profondément intéressée depuis longtemps à élaborer une didactique de la mathématique basée sur les données de la psychologie de l'apprentissage et du développement de l'enfant, je me suis attardée à rassembler un certain nombre de connaissances sur le phénomène de la formation de concepts et à creuser davantage ce sujet, d'abord pour moi et ensuite pour ceux et celles qui étaient intéressés à m'accompagner dans la recherche d'une pédagogie reliant théorie et pratique.

---

(1) (2) Le masculin qui inclut le féminin sera utilisé dans le reste du texte afin de ne pas en alourdir la lecture.

Loin de moi l'intention de vouloir résoudre entièrement et une fois pour toute le problème soulevé plus haut. Les pages qui suivent veulent apporter un éclairage de plus sur le phénomène de la formation de concepts ainsi que sur certaines étapes qu'il serait bon de respecter si l'on veut aider les enfants à construire par eux-mêmes les concepts mathématiques et à dégager les principales lois qui régissent leur mise en relation.

Le titre de cet ouvrage peut prêter à confusion si l'objectif poursuivi et non avoué est d'illustrer sinon de prouver l'utilité d'un cadre de référence lorsqu'il s'agit d'intervenir auprès d'enfants qui veulent apprendre.

L'apprentissage étant le résultat d'une action de l'intelligence qui est capable d'intérioriser ou de fabriquer des concepts susceptibles de remplacer les choses, les faits et les événements in abstracto, il va sans dire que nous ne pouvons parler d'apprentissage, ni d'apprentissage de la mathématique, sans aborder le phénomène de la formation de concepts, c'est-à-dire de ces modèles que fabrique l'intelligence en l'absence d'objets concrets.

Pour traiter ce sujet, je présenterai d'abord quelques acceptions du terme "concept" puis je fournirai certains modèles pouvant servir à illustrer la démarche de l'intelligence quand celle-ci conceptualise.

Il va sans dire que la littérature consultée et relative au sujet n'apparaît pas ici de façon exhaustive. J'ai voulu sélectionner parmi celle-là, des définitions et des modèles essentiels et pertinents.

Une expérience vécue avec un groupe d'enfants du primaire m'a permis d'illustrer l'importance d'un modèle. À partir de cette expérience et de plusieurs autres réalisées avec des enfants ou des adultes ainsi que de la synthèse des modèles étudiés, j'ai tenté de dégager un modèle didactique susceptible de guider notre intervention auprès des enfants du primaire afin de leur faciliter la construction de concepts mathématiques.

Les deux premiers chapitres reprennent des études théoriques concernant les définitions de concepts, les types de concepts et les modèles de formation de concepts. Le troisième chapitre relate une expérience où ces modèles sont appliqués à l'apprentissage des concepts mathématiques.

Le dernier chapitre présente un modèle didactique susceptible de guider les intervenants qui veulent favoriser la construction de concepts, particulièrement en mathématique auprès d'enfants du primaire.

CHAPITRE I

DÉFINITIONS DE CONCEPTS

Dans ce chapitre, je voudrais tenter de définir ce que l'on entend par concept. Cette tâche ne semble pas facile parce que, comme dirait Archer (1966), cela reviendrait à "définir le concept de concept". Or, pour cela il faudrait avoir défini le "concept" lui-même. En d'autres mots, un terme ne peut être défini par lui-même.

Les mathématiciens ont souvent contourné la difficultée à définir un terme fondamental, en l'acceptant comme tel, lorsque sa signification est déjà reconnue par le sens commun. Ainsi en est-il du terme "ensemble". Habituellement, ce terme n'est pas défini mais accepté à priori avant l'élaboration de la théorie des ensembles. Tout au plus, on l'illustre par des exemples pour cerner davantage sa signification.

Malgré cette difficulté à définir un concept, plusieurs auteurs se sont attardés à le faire. Avec eux, voici donc la présentation de ma démarche en vue de cerner une définition convenant à la formation des concepts mathématiques.

Avant de consulter différentes études, je me suis amusée à examiner la définition que donne le Petit Robert; celui-ci définit le concept comme une "idée générale et abstraite, construite par l'esprit, soit à partir de l'expérience, soit à partir d'un contenu mental inné". La première partie de cette définition laisse entrevoir une des étapes de la formation de concept sans pour autant définir le concept lui-même c'est-à-dire une idée vague et générale que l'on a d'une chose, sans pouvoir en saisir tout le sens. La seconde partie de la définition fait surtout allusion au contenu sur lequel s'exerce l'esprit qui veut abstraire l'essence de quelque chose. Retenons toutefois de cette définition que le concept est quelque chose que l'esprit construit, mais non une information reçue de quelqu'un d'autre et qu'il n'aurait pas fait sienne.

Pour en savoir plus long sur le sens donné au terme concept, j'ai parcouru une partie de la littérature traitant de la psychologie cognitive. Hull (1920), Osgood (1953), Morer (1954), Staats (1961), Kendler (1964), Carroll (1964), Ramon (1964), Pelletier (1968) et Brown (1972), pour citer les plus connus, m'ont apporté un certain éclairage sur le sujet.

Selon Hull (1920), les concepts sont construits par "l'abstraction d'éléments-stimuli communs qui sont présents dans une série d'objets appelés stimuli" (Staats, A.

1964, p. 166). Cependant Osgood (1953) rejette l'idée que la notion de concept soit uniquement basée sur l'abstraction d'éléments ou de stimuli identiques, parce que cela ne permet pas de distinguer le processus présent dans n'importe lequel type d'apprentissage. Pour le prouver, il relate l'expérience de Hull qui montre que les rats peuvent apprendre à courir à travers une forme triangulaire sans pour autant abstraire le concept de triangle ou du nombre trois.

Selon Osgood, il semblerait qu'une condition essentielle à la formation d'un concept soit l'apprentissage d'une réponse commune, appelée médiateur, à des éléments identiques et à des relations communes apparaissant dans un groupe d'objets ou de situations qui ne font que faciliter l'établissement de tels médiateurs (Osgood, 1953, pp. 667-668).

En d'autres mots Osgood définit les concepts comme des médiateurs. Il met l'accent sur les processus de médiation qui peuvent être abstraits par l'esprit à partir des objets considérés comme stimuli et avec lesquels ils peuvent être associés.

Osgood rejette l'idée que la formation de concept soit uniquement basée sur les éléments-stimuli identiques; toutefois, il ne spécifie pas adéquatement comment les

objets parviennent à fournir une réponse commune ni même ce qu'est l'essentiel de cette réponse.

Kendler et ses associés (1958) ont aussi considéré la formation du concept comme l'acquisition d'une réponse implicite commune à des stimuli différents. De plus, ils ont étendu cette définition à celle de la formation du concept verbal qui apparaît quand un individu (S) apprend à répondre un ensemble de mots différents avec la même réponse implicite (R); d'où S⟶R. (Kendler, 1964, p. 278).

Reprenant certains éléments des auteurs cités précédemment, Staats (1964) considère un concept comme une habitude familière verbale formée usuellement à partir d'une classe d'objets appelés stimuli et comportant des éléments identiques (Staats, p. 167). Prenons, dit-il, comme exemple, le concept d'animal. Les mots pris individuellement dans cette classe ont obtenu leur signification à partir du conditionnement classique où le mot est pairé avec l'objet-stimulus approprié. Par exemple, "chien" a été pairé avec chiens, "vache" avec vaches, et ainsi de suite. Comme certains de ces objets ont en commun des éléments identiques (par exemple quatre pattes. une tête, une fourrure, des mouvements, etc.), ils pourraient solliciter une réponse sensorielle commune. Par conséquent la réponse significative conditionnée par le mot chien sera

identique à celle conditionnée par les mots vache, cheval, etc. Cette réponse commune sera dénommée "animal". Une fois cette réponse acquise, l'individu répond "animal" à chaque fois qu'il vient en présence de ces objets-stimuli. (Staats, p. 167).

Selon la conception de Mowrer (1954) l'individu pourrait de plus parvenir à prononcer adéquatement le mot "animal" lorsqu'on lui présente un autre élément qui n'est pas compris dans l'ensemble servant à l'apprentissage du concept animal, mais qui répond bien aux caractéristiques de cette classe. Par exemple, l'ours est aussi un animal parce qu'il comporte des caractéristiques semblables à celles de la classe des animaux. C'est ainsi que l'individu parvient à généraliser le concept "animal" à d'autres animaux de la classe.

Ramon (1964) définit le concept à peu près dans le même sens, mais dans un optique un peu plus "constructiviste":

> "Un concept est considéré comme un principe mental par lequel un individu peut classer un nombre d'objets de son environnement (objets considérés comme stimuli)." (Ramon, 1964, p. 487).

Ramon donne à titre d'exemple le concept d'"arbre". L'épinette rouge, le pin, l'orme et les autres éléments de cette classe, sont autant de réalités vivantes mais non

des animaux. Ils sont appelés des arbres. Quand l'individu a acquis ce "principe", il a construit le concept d'"arbre". Le même auteur ajoute que les concepts se développent depuis le tout jeune âge à travers une série d'expériences. Par exemple, l'enfant construit le concept "vache" parce que ses parents ou d'autres personnes lui ont montré des vaches dans les champs (p. 488).

Pour sa part, Carroll (1964) considère le concept comme "l'abstraction d'une série d'expériences qui définit une classe d'objets ou d'événements". L'auteur élargit le sens donné aux objets-stimuli employés dans les définitions précédentes. Il parle plutôt d'une "série d'expériences" ce qui m'apparaît beaucoup plus englobant. C'est souvent à partir de nos expériences que l'on a pu s'approprier certains concepts abstraits comme l'amour, la justice et le bonheur. C'est aussi à partir de celles-ci qu'on peut construire des concepts mathématiques.

Selon Pelletier (1971), les

> "concepts sont décrits comme des médiateurs symboliques qui servent à grouper nos expériences. Ils se fondent essentiellement sur le pouvoir qu'a le sujet de rendre les choses équivalentes, de mettre les différences entre parenthèses pour mieux identifier les attributs qui sont semblables." (Pelletier, p. 20).

Ainsi abstraire le concept "triangle", consiste à grouper dans une même catégorie les objets ou les formes qui ont trois angles, trois sommets et trois côtés et à faire abstraction de leurs différences comme la dimension, la grandeur, la couleur, l'épaisseur et même de leurs particularités (équilatéral, isocèle, etc.).

Les définitions de Carroll et de Pelletier comportent les caractéristiques propres à la définition du concept. Elles le spécifient d'après une conception constructiviste et se rapprochent davantage de la capacité de former des classes telle que décrite par Piaget et Inhelder (1967):

> "la capacité de dégager des qualités communes aux membres d'une classe et à ceux des classes dont elle fait partie ainsi que les différences spécifiques distinguant ses propres membres de ceux d'autres classes" (p. 25).

Développer la capacité de classifier des objets, des événements, des faits ou des expériences serait alors indispensable à la formation de concepts.

Dans un ouvrage fort intéressant et intitulé Putting Minds to Work, Brown (1972), en plus de définir un concept comme "un ensemble de spécifications par lesquelles les membres d'un groupe peuvent être déterminés" (p. 68), met l'accent sur les implications de la classification dans la

formation d'un concept. L'auteur affirme de plus que la capacité avec laquelle nous pouvons construire un nouveau concept est influencée par la probabilité que des apprentissages puissent se produire.

Comme on l'a vu précédemment, la construction d'une classe implique l'acceptation d'un certain nombre d'attributs reliés aux éléments de cette classe et l'ignorance de certains autres. Plus la situation d'apprentissage présente des ambiguités quant aux attributs qui devraient être ignorés ou acceptés, plus l'apprentissage devient difficile. Pour confirmer cela, Brown relate l'expérience de Mednick. Celui-ci a prouvé qu'il était plus facile d'associer le concept rond (66.5%) aux termes balle, bouton, tête et poignée de porte, que d'associer celui de dur (52.5%) à ceux de grêlon, crâne, pierre et poing. Ceci prouve qu'il est difficile de construire une classe à partir d'objets qui ont peu d'affinité ou qui présentent des ambiguités quant aux attributs qu'ils possèdent. Les résultats de cette expérience pourraient avoir certaines implications pédagogiques quant au choix de situations d'apprentissage en vue de la formation de concepts par nos élèves. "Examinez comment vous pourriez présenter le nouveau concept de la façon la plus simple. Utilisez le moins de propositions possible, les explications les plus brèves, la situation la moins ambiguë." (Engelman, 1978,

p. 88). Ce conseil, donné par Engelman, relève probablement du fait que l'apprentissage d'un concept est facilité quand il est isolé de tout ce qui peut prêter à confusion.

Brown fait aussi remarquer que ce ne sont pas tous les noms qui peuvent être appelés concepts et que tout concept ne peut aisément être défini. Par exemple, dit-il, "Paul", le "court de tennis derrière l'école" ainsi que l'"automobile de mon père" ne peuvent s'appeler "concepts". Ces personnes ou ces choses sont des éléments particuliers. Pour qu'il y ait concept, il faut un certain degré de généralisation et celle-ci ne peut s'effectuer sur une situation particulière (p. 69). Si tous les noms ne sont pas des concepts, tous les concepts ne peuvent être aisément définis. Brown dit que "les concepts peuvent exister et être utilisés efficacement sans que les caractéristiques communes des événements auxquels ils réfèrent soient explicitées" (p. 69). Comment définissez-vous liberté, démocratie, justice? Sans référence au dictionnaire, bien sûr!

Dépendamment de nos expériences, nous insistons sur l'une ou l'autre des spécifications de ces concepts. Malgré notre difficulté à identifier leurs caractéristiques nous les utilisons dans notre vie courante avec plus ou moins de justesse. Ceci nous permet de croire avec Brown (1972) que la formation inconsciente de concept

est possible et qu'il serait plus juste de définir le terme apprentissage de concept dans la pratique comme une habileté à: 1) reconnaître des exemples d'un concept donné; 2) formuler les descriptions qui caractérisent un concept donné; 3) construire des exemples reliés au concept.

CONCLUSION

Les études mentionnées précédemment ne sont pas toutes issues d'une même philosophie. Certaines définissent le concept dans un contexte plutôt behavioral. Je fais davantage miennes les définitions qui se rapprochent d'une conception "constructiviste" telles que celles de Pelletier, de Carroll et de Brown. Ceci m'amène à conclure que:

> "le concept est une construction mentale et personnelle, servant à grouper nos expériences ou les événements, à classer les personnes, les animaux, les choses avec lesquels nous entrons en contact d'une façon ou d'une autre".

Le concept est une <u>construction</u> de l'esprit. Il n'est pas l'esprit et s'en distingue comme l'effet de sa cause. Le concept est une construction mentale <u>personnelle</u> en ce sens que nul ne peut construire un concept à notre place.

Le concept n'est pas une information que nous pourrions recevoir de quelqu'un d'autre et que nous n'aurions pas faite nôtre. Je pourrais bien avoir entendu parler de stalagmites et de stalactites sans avoir construit le concept que ces termes représentent. Après une visite dans la grotte de Nerja, en Espagne, où j'ai vu d'innombrables stalactites et stalagmites, j'ai pu observer les caractéristiques de celles-ci, rassembler les propriétés qui les caractérisent et distinguer celles qui les différencient. Je serais à même aujourd'hui de les définir, parce que capable de les généraliser à d'autres éléments du même type pouvant être rencontrés dans d'autres grottes.

Le concept est une construction mentale, mais toute construction mentale n'est pas nécessairement un concept. On croit souvent que les enfants ont construit le concept du nombre lorsqu'ils sont capables d'énumérer, dans l'ordre, la liste des nombres naturels. Ils n'ont pas non plus nécessairement construit le nombre quatre quand ils sont capables de répondre "quatre" à la vue d'une photo représentant quatre pommes. Il se peut que dans chaque cas, l'enfant utilise sa mémoire. Dans le premier cas, il peut avoir mémorisé la liste des nombres dans le bon ordre; dans le second, remarqué que la carte illustrant des pommes s'appelle "quatre" comme celle qui représente cinq ballons s'appelle "cinq". Ces deux exemples réfèrent

à une mémorisation qui peut être appelée construction mentale mais qui n'a rien d'identique au concept.

Toute construction de l'esprit n'est pas nécessairement un concept. Certaines pensées qui sont des constructions de l'esprit ne sont pas appelées concepts. Elles peuvent être le produit du cerveau qui réagit à certaines impulsions. Je me rappelle que ma mère m'a grondée un matin, mais je ne puis généraliser ce comportement, puisque ce fait n'est pas une habitude de ma mère. "Je pense que je suis un phénomène intéressant" n'est pas non plus un concept, à moins que plusieurs faits ou événements aient pu me conduire à pareille conclusion.

Maintenant que j'ai éliminé les éléments qui n'ont rien à voir avec un concept, j'essaierai de préciser ce que j'entends par celui-ci. Le concept est une <u>construction mentale</u> résultant de la capacité intellectuelle que possède quelqu'un de classer ou de grouper les êtres, les choses, les événements ou ses expériences en rassemblant leurs caractéristiques communes et en les distinguant de leurs différences spécifiques. Ainsi l'esprit peut grouper dans une même classe les carrés, les trapèzes, les rectangles et les losanges parce qu'ils ont la caractéristique commune d'être des quadrilatères ou d'avoir quatre côtés et quatre angles. Il peut aussi faire abstraction de leurs différences singulières qui sont d'avoir des

côtés parallèles deux à deux ou quatre angles droits. De même l'esprit peut former la classe constituée des tulipes, des pensées et des roses en rassemblant les caractéristiques communes qui en font des fleurs, tout en mettant de côté leurs différences comme: "avoir des épines", "fleurir tôt au printemps", "avoir des feuilles allongées et des racines bulbeuses", "produire des fleurs roses ou rouges", etc. L'esprit peut ensuite généraliser les attributs de la classe des quadrilatères à d'autres éléments non actuellement présents dans cette classe, comme les parallélogrammes ou les quadrilatères quelconques comme il peut attribuer les caractéristiques des fleurs à d'autres éléments de cette classe, aux oeillets ou aux jonquilles.

Ce n'est qu'après avoir utilisé toute cette démarche que l'esprit a pu construire le concept de quadrilatère ou celui de fleur. Ce pouvoir qu'a quelqu'un de former des concepts à partir de ses expériences se révèle par sa capacité de classifier, de catégoriser, d'abstraire et de généraliser.

Construire un concept devient donc une tâche personnelle que quelqu'un doit accomplir pour une plus grande économie de temps et d'énergie. En effet, sans cette capacité, nous serions tenus à refaire les mêmes apprentissages chaque fois que des événements, des personnes ou

des choses semblables se présenteraient à nous sous des aspects ou dans des contextes différents.

Les habiletés nécessaires à la construction de concepts, comme celles de grouper, de classifier, de discriminer, d'abstraire et de généraliser y gagneraient à être développées à l'école. Par son contenu et sa finalité, l'enseignement de la mathématique s'avère un moyen susceptible de solliciter la pensée de l'enfant dans ce sens. Mais avant de scruter davantage ce sujet, je voudrais, avec vous, cerner les étapes de la formation de concepts. C'est ce que je ferai dans le prochain chapitre.

CHAPITRE II

FORMATION DE CONCEPTS

Dans ce chapitre, j'essaierai de décrire les étapes de formation de concepts, à partir de la conception de certains auteurs. Mais auparavant, je distinguerai divers types de concepts selon leur degré de complexité, en référence à trois modèles de classification. Je tenterai d'illustrer quelques-uns de ces modèles par des exemples puisés dans le champ de la mathématique.

2.1 Types de concepts

Afin de traiter ce sujet, j'ai retenu les classifications de Bruner (1977), Gagné, et al. (1965) (1976) et Brown (1972), qui m'apparaissent suffisamment différentes, quoique complémentaires.

2.1.1. Classification de Bruner

Bruner (1977), qui ne fait à peu près pas de distinction entre conceptualisation et catégorisation, définit cette dernière habileté comme la capacité de discriminer les choses équivalentes, de grouper les objets, les événements ou les personnes dans des classes et de répondre

d'eux en terme de membres d'une classe plutôt que par leur unicité. Il distingue cependant trois types de concepts selon la façon dont un individu combine les attributs afin de parvenir à catégoriser: les concepts conjonctifs, les concepts disjonctifs et les concepts relationnels.

Un concept conjonctif se définit par la combinaison de deux ou de plusieurs attributs. À partir des illustrations de la figure I (Bruner, 1977, p. 422), on peut construire une classe d'éléments par la conjonction des trois critères suivants: "posséder trois figures", "avoir des figures noires" et "posséder des figures circulaires". Seules les illustrations qui possèdent trois cercles noirs se retrouvent dans cette classe. Par cet exemple, on remarque que les spécifications énumérées considèrent tous les attributs que les membres d'une classe ont en commun.

En mathématique, on doit être capable de construire des concepts conjonctifs pour trouver l'intersection d'ensembles.

Un concept disjonctif est caractérisé par le choix d'attributs qui servent à déterminer une catégorie d'objets. On peut donc substituer certains attributs à d'autres pour identifier une même classe. Prenons un exemple en référant encore à la figure I. On pourrait former la classe des éléments qui possèdent trois cercles noirs ou

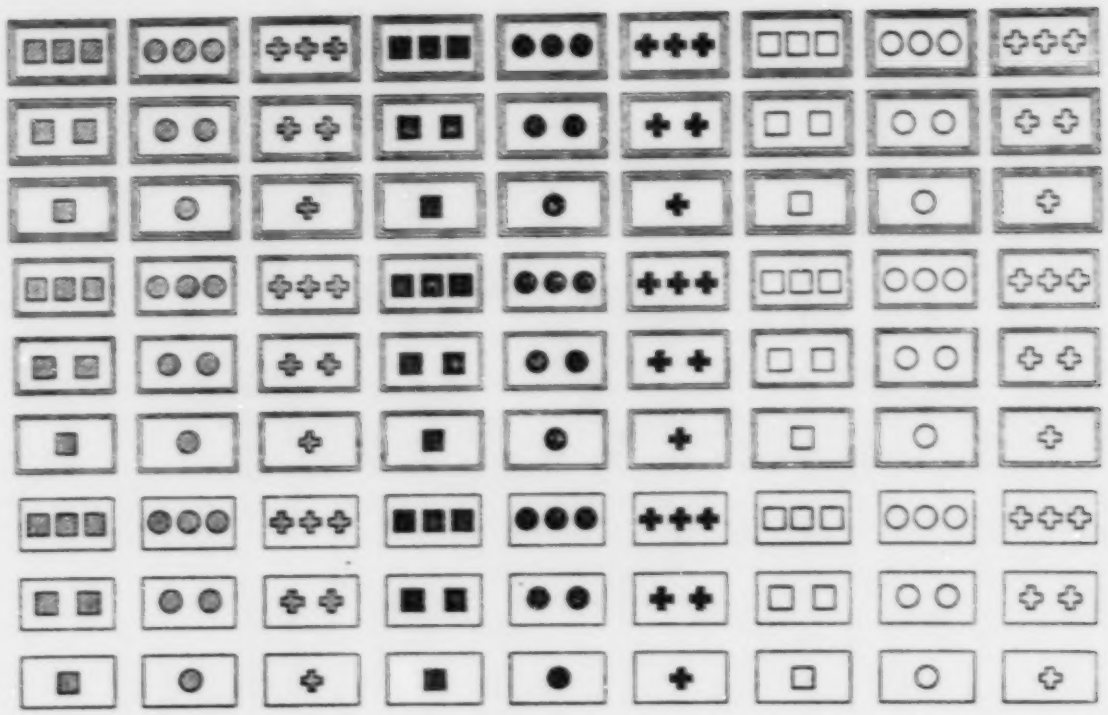
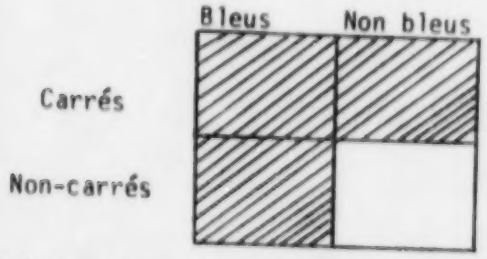


Fig. 1 Combinaison de quatre attributs comportant chacun trois valeurs. Les figures naturelles sont vertes, les rayées sont rouges et les pleines sont noires. (Extrait de An array of instances... Bruner, 1977, p. 42.)

des figures noires ou des cercles ou trois figures noires ou trois cercles. Nous obtenons cinquante-sept (57) illustrations qui répondent à l'un ou l'autre de ces critères et qui constituent cette classe. À partir des blocs logiques de Dienes, on pourrait aussi reconstituer une classe d'éléments qui ferait appel au concept disjonctif. Prenons la classe constituée des blocs carrés ou bleus. La partie hachurée du diagramme de Carroll illustre cette classe.



On y retrouve tous les blocs qui répondent aux critères suivants: être un carré bleu ou un bloc qui n'est pas carré mais qui est bleu ou un bloc qui n'est pas bleu mais carré. Les enfants peuvent rencontrer des difficultés à saisir la catégorie disjonctive parce qu'elle est sujette à l'arbitraire. Son identification est rendue difficile à cause du manque de relation apparente existant entre les attributs servant à décrire cette classe (Bruner, 1977, p. 43).

La troisième catégorie est le concept relationnel qui se définit par une relation spécifique entre des attributs déjà définis. Par exemple, dans la figure I, nous pouvons définir une classe constituée de toutes les cartes qui contiennent le même nombre de figures et de bordures. Il s'agit d'établir une relation d'équivalence entre ces deux critères: nombre de bordures et nombre de figures. Les illustrations qui répondent à cette relation constituent la classe dans laquelle on peut regrouper les cartes comprenant une seule figure et une seule bordure comme celles qui comprennent deux figures et deux bordures. Les figures contenues dans chacune de ces cartes peuvent être indifféremment des carrés, des cercles ou des croix gammées, pourvu que leur nombre soit en relation d'égalité avec celui des bordures de la carte qui les contient.

En mathématique, on utilise souvent cette troisième catégorie de concept. Par exemple, les diviseurs de 15 et de 25 peuvent être établis sur une base relationnelle. Trouver les nombres dont l'écriture en base 10 comporte un même nombre d'unités que de dizaine est aussi un exemple d'utilisation d'un concept relationnel.

Dans la vie courante, on retrouve aussi l'utilisation de ces trois catégories de concepts. Lorsqu'on demande à un enfant de nous apporter un crayon jaune, on fait appel à la première catégorie de concepts, appelée conjonctif.

Si on lui demande de nous donner un crayon jaune ou un petit crayon, on lui laisse le choix de nous donner un petit crayon de n'importe quelle couleur ou un crayon jaune qu'il soit grand ou petit. Dans ce cas-ci, l'enfant doit pouvoir construire un concept disjonctif pour résoudre le problème. Le jeu, qui consiste à remplir les cases d'une boîte avec des objets bleus et des jaunes de telle sorte que chaque bleu soit plus grand qu'un jaune, en est un qui demande l'utilisation d'un concept relationnel.

Bruner nous dit que lorsqu'on apprend à catégoriser un ensemble d'événements d'une certaine façon, on apprend une règle qui peut être utilisée dans d'autres circonstances. Or le concept ou la catégorie de concepts est essentiellement une règle de groupement que l'esprit construit. Les catégories conjonctives, disjonctives et relationnelles sont différents types de règles servant à grouper un ensemble d'attributs pour définir un concept. (Bruner, 1977, p. 45).

2.1.2 Classification de Gagné

Dans une étude, Gagné (1965) fait une distinction entre un concept et un principe. Il définit aussi deux capacités d'apprendre: le concept par observation et le concept par définition. Dans un autre ouvrage, avec Brien et Paquin (1976), il établit une classification de ce

qu'il appelle les habiletés intellectuelles: discrimination, concept, règle et règle d'ordre supérieur.

Selon cette classification, la discrimination est le plus bas niveau d'habiletés et sert de préalable à d'autres apprentissages. Elle consiste à "distinguer les diverses caractéristiques d'un objet" (Gagné, et al., 1977, p. 51). La capacité de discriminer les symboles mathématiques relève de ce niveau d'habileté. Ainsi un enfant peut distinguer "3" de "8"sans être capable encore de construire les nombres que ces symboles représentent.

Les concepts, qui se subdivisent en concepts concrets et en concepts définis, sont acquis une fois que les discriminations sont maîtrisées. Les concepts concrets, qui constituent la forme la plus simple de concepts, sont ceux qui permettent à quelqu'un d'identifier les objets de son environnement ainsi que les classes d'objets, les qualités d'objets ou leurs relations. Ainsi les concepts de carré, cercle, côtés, chaises, sont appelés concepts concrets puisque quelqu'un peut les identifier, les nommer ou les utiliser sans recourir à une définition.

La définition qui permet d'utiliser une phrase pour identifier une classe est essentielle à la signification d'un concept défini. On utilise une définition quand on ne peut recourir à une classe d'objets pour exprimer un

concept. De plus, on peut communiquer la signification d'une chose en la définissant. Le concept par définition trouve son utilité lorsqu'on ne peut pas identifier tous les objets d'une classe. Par exemple, beaucoup de choses ou d'événements peuvent constituer des "obstacles" sans qu'on puisse tous les identifier. C'est alors que la communication de la signification de ce concept nécessite une définition, telle que: "un obstacle est quelque chose qui obstrue la voie" (Gagné, et al., 1976, p. 53).

Plusieurs autres concepts - et cela se rencontre souvent en mathématique - nécessitent l'usage d'une définition afin que leur signification soit transmise. Prenons les exemples de distance, de longueur, d'espace, de grandeur, de direction, de nombre, d'opérations, pour n'en citer que quelques-uns.

On peut aussi remplacer un concept concret par un concept défini au cours de l'apprentissage. On sait que l'on possède un concept concret lorsqu'on peut identifier un objet ou une classe d'objets. Par exemple, on peut identifier un cercle ou un ensemble comprenant des cercles. Mais on peut aussi arriver à définir un cercle. La plupart des manuels de géométrie nous fournissent une définition qui revient à celle-ci: le cercle est une figure courbe dont tous les points sont à une égale distance d'un point fixe, appelé centre. Ces mêmes manuels

se prêtent facilement à définir d'autres concepts concrets utilisés en mathématiques, comme triangle, carré, cône, etc.

Selon la classification de Gagné, les règles seraient l'une des plus hautes catégories d'habiletés intellectuelles. Elle se définit comme "une capacité apprise qui permet à l'individu de réaliser quelque chose au moyen de symboles" (Gagné, et al., 1976, p. 55). Cette habileté diffère de la simple capacité d'énoncer des règles. On rencontre souvent des enfants qui peuvent facilement réciter la règle du participe passé employé avec l'auxiliaire être, sans pour autant être capables d'utiliser cette règle dans un exercice donné. On remarque la même difficulté dans l'application d'une règle de calcul. On peut verbaliser la règle suivante: "pour calculer le périmètre d'un carré, il suffit de multiplier par quatre la longueur de l'un de ses côtés", sans être capable d'utiliser ou d'appliquer cette règle dans un problème donné. Dans ces deux cas, on ne peut parler de "règles" comme capacité acquise.

L'habileté à composer des règles simples ou à les combiner pour obtenir des règles plus complexes s'appelle "règles d'ordre supérieur" (Gagné, et al., 1976). La performance qui consiste à utiliser des règles d'ordre supérieur se révèle par la capacité de résoudre des problèmes

complexes. Par exemple, calculer la surface d'un trapèze isocèle exige la maîtrise et la combinaison de plusieurs règles simples comme celles concernant la surface d'un rectangle, l'identité de triangles semblables, la division du rectangle en deux triangles égaux par une diagonale, la multiplication et l'addition de certaines données.

En résumé, la classification des habiletés intellectuelles, selon Gagné est hiérarchique, en ce sens qu'elle établit un ordre croissant qui va des discriminations aux concepts concrets, aux concepts définis, aux règles, et aux règles d'ordre supérieur.

2.1.3 Classification de Brown

Les concepts peuvent être classifiés selon leur degré d'abstraction. Brown (1972) suggère deux catégories fort simples: les concepts concrets et les concepts abstraits.

> "Un concept est dit "concret" quand les membres du groupe qui l'identifie peuvent être directement perçus par les sens" (Brown, p. 71).

Par exemple, les concepts de pin, d'eau, de couverture, de rangée, de planche et de pierre sont des concepts concrets. Cette appellation de "concept concret" est impropre parce que, par définition, un concept est abstrait.

Toutefois, elle reste appropriée puisque l'on peut voir ou toucher les objets qui illustrent ces concepts.

Un concept est dit "abstrait" par nature. Cependant, les uns peuvent être plus abstraits que d'autres. Brown illustre cette affirmation par un exemple. Selon la figure 2, la richesse est un concept plus abstrait que celui de propriété; celui-ci est plus abstrait que celui d'édifice, et ainsi de suite. En ce sens, un concept est plus abstrait que ceux qu'il inclut.

Les concepts mathématiques, qui sont abstraits par nature, jouissent d'une certaine hiérarchie reliée à leur niveau d'abstraction. Par exemple, les concepts de mathématique, bloc, nombre, arithmétique et trois, pourraient être ordonnés selon leur niveau d'abstraction, en allant du plus simple au plus complexe, de la façon suivante: blocs, trois, nombre arithmétique et mathématique.

Ces concepts, qu'ils soient concrets ou abstraits, n'existent pas isolément; ils sont reliés en "réseaux" et c'est la totalité de ces réseaux que nous appelons "connaissance". On pourrait comparer cet ensemble de réseaux à un système électrique où les sous-stations sont rangées par ordre d'importance en terme de débouchés ou selon la quantité d'énergie distribuée. Les concepts pourraient

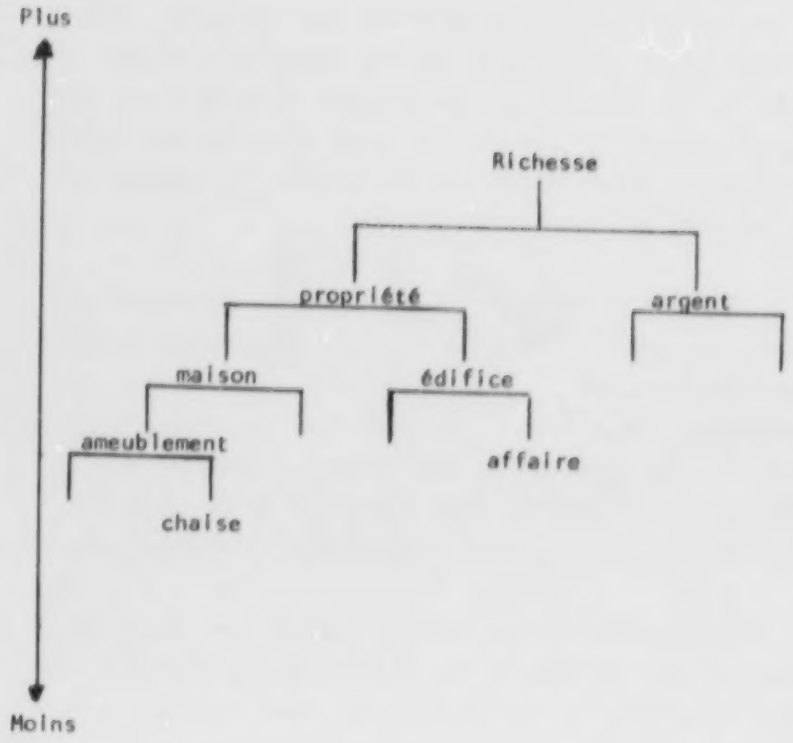


Fig. 2 Degré d'abstraction des concepts reliés au concept de richesse (traduit de Brown, 1972, p. 71)

être ordonnés de façon similaire par rapport au nombre de relations qui existent entre eux ou par rapport à leur utilité dans la formation d'autres concepts (Brown, 1972, p. 72).

Si la classification de Brown n'a rien d'original, elle apporte un éclairage important sur la façon dont sont reliés les concepts entre eux. Puisque la connaissance n'est pas linéaire, mais résulte de l'ensemble des concepts, construits et reliés en "réseaux", ne doit-on pas, comme éducateur, se préoccuper de faciliter davantage la mise en relation des concepts plutôt que de favoriser uniquement la construction de concepts isolés?

2.1.4 Construction de concepts: statique ou dynamique

Après avoir pris connaissance de ces trois modèles de classification de concepts, on pourrait se demander quels types de concepts les enfants construisent en premier lieu?

Si l'on se reporte à la classification de Gagné, on pourrait penser que les concepts concrets se construisent avant les concepts définis et ceux-ci avant les règles, et ainsi de suite. Si l'on revient à celle de Brown, la hiérarchie a peu d'importance. On apprend aussi facilement des concepts abstraits que des concepts concrets lorsqu'on est enfant. Si l'on revoit la classification de Bruner,

on s'aperçoit que la difficulté d'apprendre un concept serait davantage influencée par la complexité et la logique de sa structure.

C'est à mon avis, ce qui influence le plus la construction d'un concept. Ceci serait-il dû au fait qu'une structure complexe est plus instable qu'une structure simple?

On sait très bien par expérience qu'un concept aussi simple que celui de "table" a moins de chance de se modifier que celui de "liberté". Il est vrai que les objets, qui constituent la classe des tables, peuvent varier quant à leur forme, leurs matériaux ou leur résistance, mais la classe, comme celle qui les réunit, se définit d'une façon assez permanente.

Par contre, le concept de liberté peut se modifier au cours des âges et parfois au cours d'une existence humaine. Marilyn Ferguson (1981) explique bien la raison de la mobilité d'une structure complexe:

> "Une structure complexe présente des éléments reliés en de nombreux points et de multiples façons. Plus une structure (...) est complexe et plus grande est l'énergie nécessaire pour maintenir toutes ses connexions. Elle est donc plus vulnérable aux fluctuations internes (...). Ces connexions ne pouvant être

soutenues que par un flux d'énergie, le système est toujours en mouvement". (Ferguson, 1981, pp. 122-123).

Ferguson fait aussi remarquer le paradoxe suivant: "plus la structure est cohérente, faite d'une plus grande intrication de connexions, et plus elle est instable". Elle ajoute: "c'est précisément cette instabilité qui permet la transformation" (idem, p. 123).

C'est probablement ce phénomène qui explique la transformation de la signification de concepts complexes comme l'amour, la liberté, la justice, l'énergie, au cours des générations et parfois même au cours d'une existence.

Compte tenu de ce qui précède, une structure de connaissance n'est pas absolue mais relative, puisqu'en constante évolution. Ceci revient à dire que la plupart des concepts formés ne sont pas statiques mais dynamiques puisque les nouvelles expériences qui arrivent dans notre champ de conscience peuvent les modifier, les enrichir et leur faire acquérir une plus grande compréhension.

2.2 Modèles cognitifs

Jay M. Yanoff (1972), dans un article intitulé "The functions of the Mind in the Learning Process" dit qu'on peut mieux développer les habiletés intellectuelles

lorsqu'on réfère à un modèle de pensée. En d'autres termes, notre intervention en ce domaine gagne en efficacité quand notre connaissance des mécanismes intellectuels est articulée.

Certains modèles peuvent nous être utiles en ce sens. C'est pourquoi, je m'attarderai à décrire trois modèles qui m'apparaissent intéressants pour comprendre la formation de concepts chez les enfants, celui de Pelletier (1971), de Yanoff (1972) et de Woodruff (1964).

2.2.1 Modèle de Pelletier

Ausubel (1968) décrit le concept sous un angle plutôt évolutif en parlant de "formation de concept".

> "La formation de concept consiste essentiellement en un processus où sont abstraits les descripteurs communs-essentiels d'une classe d'objets ou d'événements qui varient par ailleurs quant aux contextes, quant aux aspects non critiques et quant aux dimensions autres que celles considérées". (Ausubel, in Pelletier, 1971, p. 20).

Pelletier signale que trois processus sont engagés dans cette définition: la sélection de stimuli, l'abstraction et l'intégration (Pelletier, 1971, p. 20). Ces processus semblent si bien s'ordonner que je les ai retenus comme pouvant constituer un modèle des étapes de la formation de concepts. Je vais donc décrire chacune de ces étapes en conservant les acceptions de l'auteur.

2.2.1.1 La sélection de stimuli

La sélection de stimuli correspond au processus par lequel un individu, placé devant un matériel expérimental qu'il doit classifier, sélectionne les attributs ou les propriétés à partir desquels il peut former ou utiliser un concept. Il peut choisir de réagir à un certain nombre de caractéristiques: couleur, forme, dimension, etc. Ces caractéristiques sont autant "d'hypothèses à vérifier quant à ce que peuvent être les invariants d'une classe" (Pelletier, 1971, p. 20).

L'individu peut réagir à l'une ou l'autre de ces caractéristiques compte tenu de ce qu'il perçoit ou de ce qu'il peut différencier. Cette possibilité qu'a l'individu de "découper le réel sous divers aspects" afin de vérifier des hypothèses, est relative au premier niveau de conceptualisation.

2.2.1.2 L'abstraction

L'abstraction est un processus central dans la formation d'un concept. "Abstraire l'ensemble des propriétés communes à des stimuli dissemblables, c'est considérer (...) les invariants qui se regroupent dans tous ces stimuli" (Pelletier, 1971, p. 21). C'est, de plus, mettre de

côté les différences pour ne garder que les ressemblances. Par exemple, abstraire le nombre quatre après avoir été en contact avec plusieurs ensembles contenant quatre objets, c'est être capable d'éliminer les propriétés qui se rattachent aux éléments pris individuellement ou regroupés dans ces ensembles, comme leur couleur, leur forme, leur usage, leur dimension ou leur disposition, pour ne considérer que la quantité, propriété commune à ces ensembles.

2.2.1.3 L'intégration

L'intégration est le troisième processus impliqué dans la formation d'un concept. Elle consiste à inclure tout "élément particulier répondant aux critères d'admission d'une classe" (Pelletier, 1971, p. 22). Ce processus consiste à emboîter des éléments, jusque là indépendants, dans des classes ou à étendre le concept à des spécimens non encore actuels ou différents de celui qui a servi à son acquisition.

Ce processus pourrait correspondre à celui de la généralisation qui est habituellement définie comme:

> "une opération par laquelle reconnaissant des caractères communs entre plusieurs objets singuliers, on réunit ceux-ci sous un concept unique dont ces caractères forment la compréhension" (Lafon, 1973, p. 401).

La sélection de stimuli, l'abstraction et l'intégration sont trois processus qui sont hiérarchiques parce que, pour former un concept, on doit d'abord différencier et sélectionner des stimuli, ensuite abstraire l'ensemble des propriétés communes à ces stimuli et former des classes et enfin procéder à l'emboîtement de celles-ci par un processus d'intégration.

2.2.2 Modèle de Yanoff

Le modèle de Yanoff (1972) est basé sur les expériences de l'auteur ainsi que sur les fondements théoriques d'autres chercheurs comme Osgood (1953), Piaget (1954, 1969) et quelques autres.

Selon ce modèle, le processus d'apprentissage comporte les fonctions suivantes qui sont toutes essentielles: l'"input", l'"intégration", l'"output" et le "feedback". Le schéma suivant illustre ces principales fonctions (cf. fig. 3). Voici une brève description de chacune d'elles.

2.2.2.1 Input

Cette fonction fait appel surtout aux sens qui fournissent de l'information au cerveau. Celui-ci s'approprie

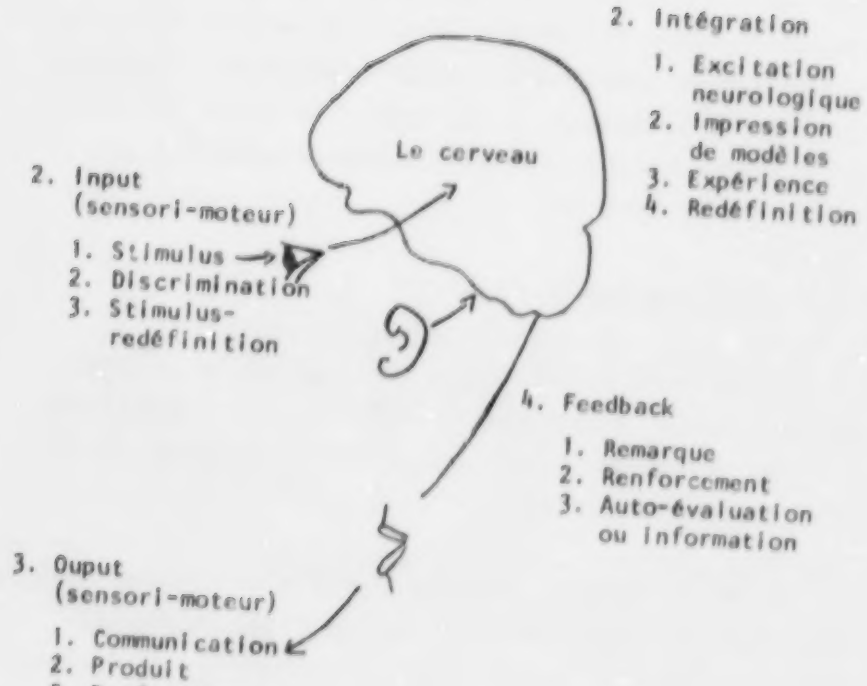


Fig. 3 Modèle de cognition selon Yanoff (1972 in Silberman, p. 115)

les perceptions véhiculées par les sens. C'est la première étape de la connaissance.

Pour faire mieux saisir cette fonction, Yanoff donne l'exemple de deux objets identiques que peut percevoir notre oeil. L'énergie lumineuse permet à celui-ci d'apercevoir ces objets qui stimulent la rétine de l'oeil. Le nerf optique transforme la lumière en impulsion et porte l'information au cerveau. Les autres sens agissent aussi à leur façon et fournissent des informations que le cerveau peut comprendre.

Les sens possèdent tous la capacité de discriminer l'information. Ils peuvent différencier les objets qu'ils perçoivent. Ce phénomène de discrimination leur permet de transmettre un message accessible au cerveau, un peu de la même manière dont les données sont fournies à un ordinateur.

Quand le système perceptuel opère efficacement, les organes reçoivent les stimuli, les discriminent et fournissent des messages appropriés au cerveau. Ce processus peut être appelé "stimulus-redéfinition".

2.2.2.2 Intégration

L'intégration se définit comme un processus par lequel le cerveau reçoit les impulsions électriques ou les stimuli redéfinis, et agit sur eux. Une fois qu'il a reçu les données des sens, le cerveau scrute dans sa mémoire afin de s'assurer si celles-ci sont "congruentes" avec l'expérience antérieure. Si l'information reçue convient à une catégorie déjà existante, l'intelligence peut agir sur cette information. Si celle-là est nouvelle et ne peut se classer dans une catégorie que la pensée possède, l'intelligence essaie d'y trouver une ressemblance ou ajuste l'information avant de former un nouveau concept. Elle agit comme si elle avait besoin de posséder un modèle avant d'intégrer un nouveau stimulus.

Piaget (1954) utilise le terme "assimilation" pour décrire la première partie de ce processus d'intégration où l'intelligence utilise des modèles déjà formés pour classer ou interpréter l'information venant des sens. Il appelle "accommodation", le processus par lequel l'intelligence construit de nouveaux modèles ou réajuste sa structure interne afin de classer l'expérience lorsque les modèles déjà existants ne peuvent le faire facilement.

Selon Yanoff, les "modèles" permettent à l'esprit de tester et d'évaluer tous les stimuli qui arrivent des

sens. Il accepte ceux-ci, agit sur eux ou les trie. Quelques-uns d'entre eux peuvent être conservés dans la conscience, d'autres, enfouis au niveau inconscient.

L'auteur signale que les individus cherchent à utiliser plus d'un mode sensoriel pour conceptualiser. De plus, il affirme que l'intelligence a la capacité d'initier ou d'arrêter l'action des sens par sa propre volonté. Elle est aussi capable de réarranger les modèles acquis ou d'en créer d'autres, ce qui la différencie de l'ordinateur.

2.2.2.3 Output

Cette appellation signifie l'expression des idées ou des modèles provenant du cerveau et qui ont été redéfinis comme impulsions. Celles-ci sont apportées au système neuro-musculaire où elles sont exprimées de trois façons: par la communication, sous forme de produit ou sous forme de performance.

La communication est l'expression de la pensée sous une forme interactive, habituellement appelée langage. Ce langage peut revêtir toutes les formes possibles à partir des formes artistiques jusqu'aux expressions symboliques.

Le produit est typiquement la construction d'une idée ou sa réalisation. Les réponses d'un étudiant à un test de mathématique ou la réalisation d'une oeuvre d'art peuvent être appelées "produits".

La performance est l'exercice d'une habileté. Par exemple, la capacité de chanter ou de prononcer un discours relève de la "performance".

La combinaison de ces trois modes d'"output" est utilisée pour exprimer ou communiquer les résultats de la pensée. "Généralement parlant, nous jugeons un individu par son "output"" (Yanoff, in Silberman, p. 117).

2.2.2.4 Feedback

Le "feedback" est un processus qui permet un ajustement de l'action cognitive.

Les remarques et les renforcements sont des sortes de "feedback". On pourrait les définir comme quelque chose qui renforce la fréquence d'une réponse particulière à un stimulus spécifique.

L'enseignement programmé a été développé de manière à fournir des bribes d'informations exigeant une réponse qui est immédiatement suivie d'un renforcement.

Je pense que le meilleur agent de renforcement est encore l'individu lui-même qui est capable de faire sa propre évaluation et de juger l'information reçue.

> "Dans un engagement actif avec son environnement un individu est capable d'apprendre une foule de concepts et de développer une structure cognitive complexe." (Yanoff, in Silberman, p. 119).

Résumons les différentes étapes des processus de conceptualisation de Yanoff. L'"input" correspond à la stimulation des organes sensoriels qui envoient l'information au cerveau. Celui-ci reçoit l'information, agit sur elle et initie une réaction (intégration). L'"output" est l'expression des messages reçus du cerveau afin d'agir sur l'environnement et d'en recevoir une réponse par le "feedback".

Je vais essayer d'illustrer ce modèle à l'aide de deux exemples. Un enfant voit un ensemble d'objets. On lui demande quelle est la quantité contenue dans cet ensemble. L'enfant s'engage dans le processus décrit précédemment. Il voit les objets, sa pensée fait appel à un certain nombre de modèles pour évaluer leur quantité: celui du "comptage", celui du "groupement" ou un modèle personnel, s'il ne connaît aucun de ceux-ci. S'il a déjà évalué une quantité semblable, il peut alors identifier et classer l'information. Il en communique ensuite les

résultats. Il reçoit une réponse positive ou négative selon le cas, ce qui lui permet de consolider ses connaissances ou de se réajuster. Le tout jeune enfant revit souvent les étapes décrites par Yanoff pour répondre à ses propres questions du type: "qu'est-ce que c'est ça?" L'enfant voit un objet inconnu qu'il tente d'identifier. Comme il ne possède pas encore de classes dans ses propres schèmes, il a besoin d'en construire. Par sa question, il communique à sa mère son besoin d'organiser l'information reçue du monde extérieur. La réponse obtenue lui fournit des éléments pour construire une nouvelle classe.

Dans une autre circonstance, quand il rencontrera un objet similaire, il dénommera cet objet en utilisant le terme reçu de sa mère. Il communiquera celui-ci au même adulte ou à quelqu'un d'autre afin d'en recevoir un feedback. Une réponse positive renforcera l'individu et lui permettra de consolider le concept; une réponse négative l'obligera à se réajuster.

2.2.3 Modèle de Woodruff

Avant d'exposer son modèle, Woodruff (1964) définit un concept comme

> "une quantité de signification plus ou moins organisée dans une intelligence individuelle comme résultat de perceptions sensorielles d'objets ou d'événements externes et de l'interprétation cognitive des données perçues" (Woodruff, 1964, p. 84).

L'auteur ajoute que les concepts sont à la fois une cause et un effet du comportement et qu'ils s'effectuent selon un processus cyclique. On se rendra compte de ce fait en considérant la figure 4.

La perception par les sens fournit à la pensée les éléments de signification dont celle-ci a besoin pour former des concepts. Ceux-ci, même s'ils ne sont pas totalement formés, peuvent intervenir comme médiateurs dans une situation, considérée comme stimulus, et susciter une réponse comportementale. Cette réponse peut engager l'individu dans une autre expérience perceptuelle et fournir au cerveau des significations additionnelles qui seront incorporées au concept; ce qui vient modifier ou consolider l'organisation conceptuelle existante. Woodruff appelle "idéation" le phénomène par lequel s'effectue l'incorporation des éléments de signification dans sa structure conceptuelle.

Par contre l'individu peut aussi être conscient de la façon dont son comportement peut se modifier lorsqu'il tente de satisfaire ses besoins. Dans ce cas, il ne s'agit plus d'"idéation", mais d'un processus d'utilisation et d'"évaluation" de concepts. C'est ce que la partie de droite de la figure 4 nous fait voir. Chaque décision prise suppose un processus évaluatif où l'individu qui pose une action attache une valeur positive à celle-ci

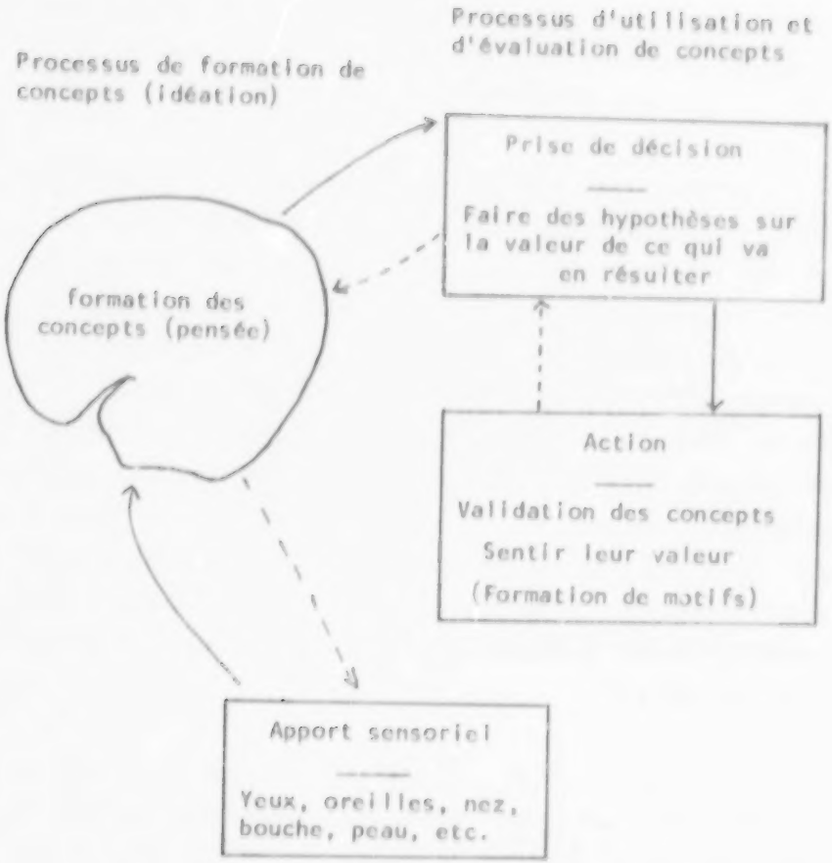


Fig. 4 Cycle dans l'apprentissage cognitif et comportemental, selon Woodruff (idem, p. 87)

ou à l'objet qu'il tente d'obtenir par cet acte afin de satisfaire un besoin. C'est dans l'action qu'il essaie de tester la valeur des hypothèses posées lors de la prise de décision. C'est la perception de la présence ou de l'absence de cette valeur qui constitue le "feedback" ou "validation" de l'hypothèse posée. (Woodruff, 1964, p. 87).

La figure 5, tirée d'une traduction faite par Paré (1976, vol. 2, p . 66), illustre les six étapes de formation de concepts en relation avec celles du processus d'utilisation des concepts.

La première étape est celle par laquelle les sens sont sollicités par les objets réels ou par les événements. S'ensuit la perception qui envoie au cerveau cet enregistrement des sens. L'esprit s'en forme d'abord une image mentale, qui est comme une sorte de visualisation des objets ou des événements absents quand les noms de ceux-ci sont invoqués.

Cependant, à cette étape-ci le concept n'est pas encore formé, puisque le concept n'est pas une image. Il est une

> "construction mentale faite par l'individu lui-même qui organise ses perceptions de telle sorte qu'elles l'aident à le relier effectivement à son monde" (Woodruff, 1964, p. 90).

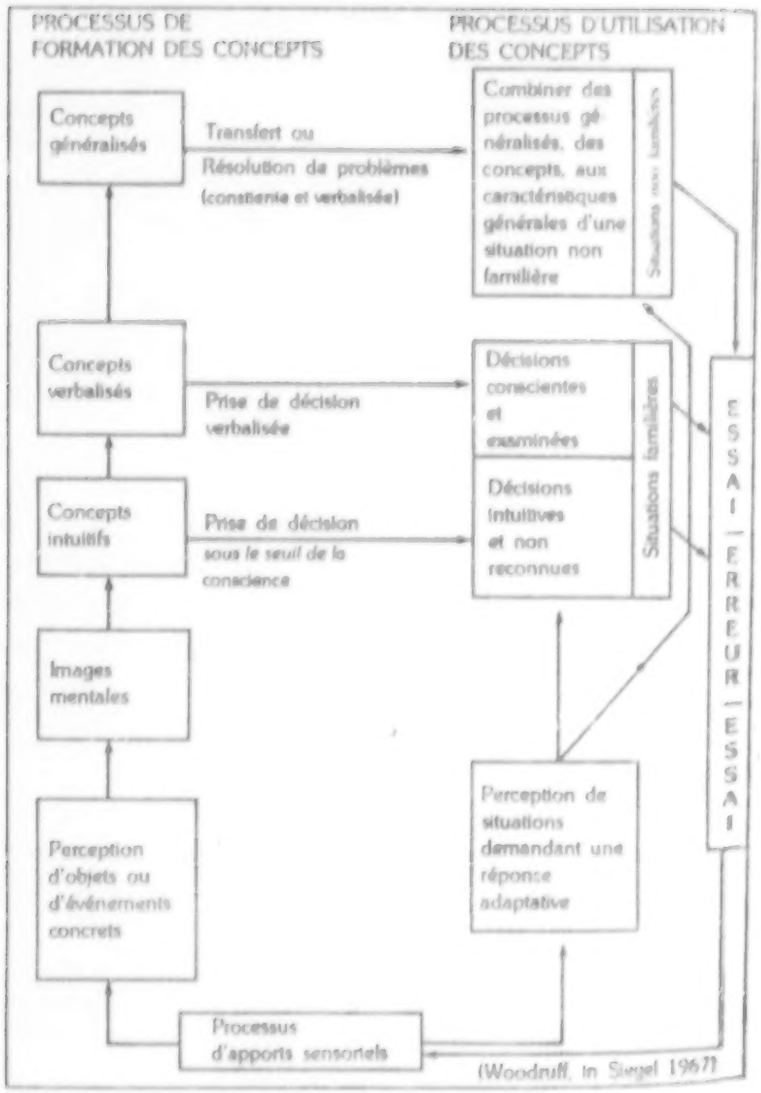


Fig. 5 Etapes de formation de concepts selon Woodruff (traduction de Paré, vol. II, p. 66).

On remarque ici deux étapes de formation de concepts: concepts intuitifs et concepts verbalisés. Les concepts intuitifs se forment "au seuil de la conscience". Qui se souvient d'avoir appris quelque chose et de s'être dit: "Je commence à comprendre, mais je ne peux pas encore dire ce que je comprends?" On saisit d'abord quelque chose d'une façon intuitive avant de la comprendre plus cognitivement.

Vient ensuite la phase du "concept verbal". L'idée que l'on se fait d'une chose apparaît suffisamment claire que l'on peut alors l'exp. :r ou la verbaliser. Cependant, à cette étape-ci, le concept ainsi formé n'est pas encore généralisé. Il le devient lorsqu'on peut utiliser le concept dans des situations différentes de celles qui ont servi à sa construction. Ce phénomène est appelé "transfert" par certains auteurs.

Ces étapes de formation de concept, telles que décrites précédemment, apparaissent suffisamment importantes dans un apprentissage pour qu'on puisse y apporter une attention particulière. A mon avis, elles peuvent guider le maître intéressé à conduire les enfants vers la construction et la généralisation de concepts, et ainsi, vers le dégagement de lois en mathématique. C'est pourquoi, je me suis intéressée à en donner une illustration dans le chapitre suivant.

2.2.4 Mise en relation de modèles

Avant de terminer ce chapitre, j'aimerais mettre en parallèle les quatre modèles décrits précédemment, ceux de Pelletier, de Yanoff, de Woodruff et de Gagné. Cette mise en relation facilitera la compréhension du modèle didactique qui sera présenté au dernier chapitre tout en faisant ressortir certaines ressemblances existant entre les éléments constitutifs des principaux modèles de formation de concepts.

La figure 6 illustre ce parallèle. La première colonne du tableau reprend les six étapes du modèle de Woodruff. Celles-ci peuvent se comparer à celles des trois autres modèles.

La première étape, appelée apports sensoriels, se compare assez bien avec l'input du modèle de Yanoff lorsque les stimuli entrent dans le champ de conscience du sujet.

La seconde étape, appelée perception, peut être mise en relation avec le processus de discrimination, décrit par Yanoff et par Gagné, ainsi qu'avec la sélection de stimuli, définie par Pelletier.

Modèle de Woodruff	Modèle de Xanoff	Modèle de Pelletier	Modèle de Gagné
Apports sensoriels	Input: stimuli		
Perception	discrimination	Sélection de stimuli	Discrimination
Images mentales			
Concepts intuitifs	Intégration		
Concepts verbalisés	Output	Abstraction	Concepts
Concepts généralisés	Output Feedback	Intégration	Concepts

Fig. 6 Relation entre quatre modèles de formation de concepts

La troisième étape ou celle des "images mentales" est probablement implicite dans les trois autres modèles même si elle n'y trouve pas de correspondance explicite. Il en est ainsi des concepts intuitifs. Comme ceux-ci sont un début de conceptualisation, j'ai cru bon de placer cette étape en relation avec celle de l'intégration (Yanoff) qui m'apparaît un processus continu de conceptualisation.

La cinquième étape, celle des concepts verbalisés, peut correspondre à l'abstraction (Pelletier), au concept (Gagné et al.) ainsi qu'à l'output (Yanoff). En effet, pour être "verbalisé", un concept suppose l'"abstraction", qui est une condition essentielle à la formation d'un "concept". La verbalisation peut se faire à travers toutes les formes d'"output" décrites par Yanoff.

La dernière étape ou "concepts généralisés" prend une signification assez similaire à celle de l'intégration décrite par Pelletier et peut correspondre à la découverte de règles comme l'entend Gagné. Il va sans dire, qu'à cette étape, on utilise l'"output" d'une façon encore plus structurée que durant l'étape précédente.

Même si le feedback est important dans un apprentissage, surtout lorsqu'il vient de l'individu lui-même, le modèle de Woodruff ne le mentionne pas d'une façon explicite.

Afin d'établir plus facilement la comparaison entre ces trois modèles, je n'ai pas tenu compte de la différenciation faite par Gagné, entre concepts concrets et concepts définis de même qu'entre règles et règles d'ordre supérieur.

2.3 Conclusion et problématique

Dans ces deux premiers chapitres, il m'a paru important, sinon indispensable, de bien situer ce que l'on entend par un concept avant de décrire comment celui-ci peut se construire.

Certains modèles, qui explicitent les étapes particulières de la formation des concepts, peuvent être des auxiliaires précieux et utiles à une intervention efficace si nous prenons la peine de les étudier et d'en tirer des conclusions pratiques.

Même si toute une zone irrationnelle et indéfinissable joue un rôle important dans l'apprentissage - zone qui doit retenir notre attention comme éducateurs - nous avons chaque jour à nous préoccuper de favoriser la construction de concepts chez les enfants.

Connaître les mécanismes qui entrent en jeu dans cette construction est nécessaire et même indispensable

"pour guider harmonieusement le cheminement des enfants dans divers apprentissages, et spécialement dans le champ de la mathématique.

Certaines recherches se sont intéressées à la compréhension mathématique et fournissent des modèles intéressants du fonctionnement de la pensée. Les études de Bergeron, J.C. et Herscovics, N. (1981) ou de Byers et Herscovics (1977) en sont des illustrations. Il existe aussi des modèles de stratégies en vue de la formation de concepts dans des domaines différents de la mathématique. Hilda Taba (1967) en a élaboré un en vue de l'enseignement en sciences sociales. Ce modèle a été déjà traduit dans un volume québécois: Créativité et pédagogie ouverte (A. Paré, 1977). Il a été résumé dans une recherche intitulée: Une analyse de stratégies de résolution de problèmes (Lepage, E., 1979) et appliqué à des stratégies d'enseignement de la mathématique (Lepage, E., 1976). Toutefois, je ne connais pas de modèles didactiques, au Québec, traitant spécifiquement de la formation de concepts en mathématique, tout en suggérant une grille d'observation des comportements d'enfants ainsi qu'un outil d'analyse des interventions du maître.

Celui que je présenterai, dans les pages qui vont suivre, a été élaboré pour palier à cette absence et répondre à un besoin des enseignants du milieu ainsi qu'à

celui des futurs maîtres. Il résulte, à la fois, d'une analyse d'expériences faites dans les classes du primaire et d'une synthèse des modèles étudiés dans ce chapitre-ci.

Il ne prétend pas apporter toutes les réponses aux questions que l'on peut se poser sur le sujet. Cependant, il entend fournir un outil d'observation du fonctionnement des enfants qui sont en train de construire des concepts mathématiques et suggérer des types d'interventions favorables à cette construction.

CHAPITRE III

APPLICATION DES MODÈLES À L'APPRENTISSAGE DES CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les études en psychologie cognitive se développent trop souvent d'une façon parallèle à celles de la pratique pédagogique. Il ne faut pas s'étonner qu'on en tienne si peu compte dans l'enseignement de la mathématique. Pourtant, je suis de plus en plus convaincue que, d'une part, la théorie guide la pratique et que, d'autre part, la pratique enrichit la théorie. Elles m'apparaissent comme deux soeurs inséparables qui s'accordent à merveille dans le champ d'une didactique cohérente de la mathématique.

Afin d'illustrer ces affirmations, je voudrais vous faire part de mon expérience à ce sujet. Des observations recueillies auprès d'enfants, et même d'étudiants de niveau universitaire m'ont révélé un certain nombre de mécanismes intellectuels que l'on peut associer à des étapes de formation de concepts telles que celles mentionnées dans le chapitre précédent.

En effet, durant ces dernières années, mon intérêt s'est particulièrement centré sur la façon dont les enfants parviennent à dégager des lois (règles) en mathé-

matique. Cet intérêt, secondé par des besoins du milieu, m'a conduite dans quatre (4) classes du primaire afin d'y travailler avec des enfants du second cycle.

Au cours de ces expériences, je me suis rendue compte que certains modèles théoriques, déjà exposés dans mes cours à l'Université, influençaient mes interventions auprès des enfants. Un modèle, celui de Woodruff, s'est avéré particulièrement utilisable au cours d'une expérience.

Dans les pages qui suivent, je relaterai cette expérience vécue avec des enfants de sixième année du primaire. J'essaierai ensuite d'analyser celle-ci en tenant compte des étapes de la formation de concepts. Ce n'est que dans le chapitre suivant que je tenterai de dégager un modèle d'intervention qui s'appuie sur cette expérience, sur un vécu pédagogique ainsi que sur des modèles exposés dans les deux premiers chapitres de cet ouvrage.

3.1 Situation expérimentale

L'expérience que je vais relater se déroule dans une classe de sixième année, d'une école primaire que je fréquente depuis trois ans, soit pour répondre aux besoins des enseignants, soit pour y poursuivre des travaux de recherche.

L'enseignante de cette classe m'accueille chaque semaine depuis le début de l'année scolaire. Elle m'informe des besoins des enfants dès mon arrivée à l'école.

Un matin du début de décembre 1981, dix (10) enfants de sa classe lui expriment le désir de travailler avec moi pour résoudre des problèmes mathématiques tirés du volume J'explore les mathématiques écrit par un groupe d'enseignants. Il s'agit d'une page de nombres, écrits dans une base donnée, que les enfants veulent transposer ou écrire dans la base dix.

Je feins d'ignorer ce que les enfants attendent de moi et je leur demande: "Quel est votre problème?"

Un enfant me présente son volume et me dit "Nous ne savons pas faire les problèmes de cette page-là".

Je pourrais interpréter cette demande de plusieurs façons. Entre autres: Est-ce que les enfants ont besoin d'une technique pour réussir les problèmes de cette page? Ont-ils besoin d'un moyen plus efficace qui leur permettrait de se débrouiller seuls dans d'autres situations similaires?

Si je veux répondre à la première question, je peux fournir une technique et le tour est joué. Cependant,

ceci m'apparaît une solution facile mais peu rentable, parce que donner des techniques sans développer la compréhension, c'est comme présenter des béquilles à quelqu'un au lieu de l'entraîner à marcher.

Les enfants eux-mêmes m'ont fourni la réponse à la seconde question: Ont-ils besoin d'un moyen plus efficace qu'une technique? En effet, un enfant me dit: "Moi, je ne comprends rien" et un autre ajoute: "Moi aussi". Les enfants auraient donc besoin de comprendre.

On peut guider les enfants vers la compréhension en leur fournissant des explications. C'est habituellement ce que l'enseignement traditionnel fait.

On peut aussi faciliter la compréhension des enfants en leur permettant d'effectuer une démarche intellectuelle personnelle.

J'opte donc pour cette dernière solution. Elle est aussi pour moi une occasion unique de guider le cheminement des enfants vers l'acquistion de concepts, vers la généralisation qui se manifeste habituellement par l'énoncé de lois ou de règles, en mathématique.

Dans ce chapitre, je reprendrai une partie du discours qui a été tenu entre les élèves, l'enseignante[1] et moi-même. Je le mettrai en relation avec les étapes de formation de concepts telles que décrites dans les modèles exposés aux chapitres précédents.

Cependant, il m'apparaît difficile d'analyser ce discours sans référer constamment à la description de l'expérience. Pour plus de clarté, je placerai le verbalisme en évidence (partie encadrée), tandis que les énoncés théoriques seront soulignés. Le reste du texte sera réservé aux commentaires et à l'analyse. Le nom des enfants est omis, sauf le prénom de ceux qui ont posé les deux premières hypothèses de travail afin de montrer l'évolution de chacun d'eux. Les autres seront identifiés par la lettre "E". Les indices placés au bas de cette lettre signifient que les interventions proviennent d'enfants différents; mais le même indice, situé dans des encadrements différents ne signifie pas qu'on réfère toujours au même enfant. Le nom de l'enseignante et le mien sont remplacés par la lettre M.

1. Madame Jacqueline Caron, enseignante à l'école Mont-Saint-Louis, Bic (Rimouski).

3.2 Description et analyse de l'expérience

Les études d'Osgood, de Pelletier et des autres psychologues déjà cités nous ont appris que:
Les concepts sont des médiateurs qui servent à grouper nos expériences.

Compte tenu de cette affirmation, je décide d'aider les enfants à référer à leurs expériences afin qu'ils y mettent un peu d'ordre. Je le fais aussi afin que les enfants rassemblent toute l'information dont ils disposent afin qu'ils puissent l'organiser.

M. -C'est dans ce cahier-là que ça été difficile?

E_1 -Par exemple 121 base 4. Est-ce qu'on prend cent vingt-et-un petits cubes, dans la base 4?

M. -(J'écris au tableau 121 base 4). Ça veut dire quoi 121 base 4?

E_2 -C'est un, deux, un.

M. -Ça veut dire quoi 1, 2, 1?

E_3 -C'est écrit dans la base 10.

Bruno -Ça veut dire: douze regroupements et un cube.

M. -Ça veut dire douze regroupements de quoi?

Bruno -De barres de 4.
M. -Je vais écrire ce qu'il vient de dire: "12 regroupements de barres de 4 + 1 cube".
E_4 -On veut vérifier.

Que veut dire pour les enfants: "1, 2, 1" en base quatre"?

Une hypothèse est émise par un enfant: "ça veut dire douze groupements de barres de quatre et un cube". Cette hypothèse réfère à l'écriture des nombres en base dix. Chacun sait depuis longtemps que "12" s'appelle "douze" en base dix. La réponse de l'enfant qui avance cette réponse ("douze barres de quatre plus un") réfère à une expérience acquise depuis la première année scolaire. Il la confond avec l'apprentissage qu'il a fait récemment, concernant l'étude des bases autres que dix. Cependant, le lien n'apparaît pas très heureux pour un adulte qui s'y connaît. Toutefois, ce qui semble une erreur pour nous, n'en est pas une pour l'enfant qui essaie de récupérer ses expériences. Comme adulte, on vise souvent au résultat exact, à une bonne réponse de la part de l'enfant, alors qu'on oublie trop souvent de <u>récupérer l'expérience</u>, même si celle-ci engendre la confusion ou se traduit par une erreur. Récupérer cette erreur apparente peut servir de tremplin à l'apprentissage.

C'est pour cette raison que cette hypothèse est retenue et placée en évidence sur le tableau afin de fixer l'attention des autres élèves sur celle-ci et non sur l'enfant qui l'a énoncée. Son infirmation ne pénalisera pas cet élève, mais révèlera seulement qu'on n'a pas pu confirmer l'hypothèse émise.

Est-ce que les seules expériences des enfants se résument à cette hypothèse? C'est pourquoi, je demande aux enfants si l'expression "121 base 4" pourrait signifier autre chose.

Une nouvelle hypothèse est donc avançée par une autre élève à la suite de cette intervention.

M. -Est-ce que ça pourrait signifier autre chose?

Nadine -Ça pourrait peut-être être une plaque, plus deux barres de quatre, plus un petit cube.

M. -(J'écris ce qui vient d'être dit). Est-ce qu'on a raison?

E_1 -On veut vérifier.

Nadine réfère aux dernières expériences vécues dans la classe. En effet, les élèves ont utilisé du matériel afin d'écrire différents nombres dans des bases autres que dix, depuis le début de l'année scolaire. "Ça pourrait être une plaque, plus deux barres de quatre, plus un petit cube" est une réponse qui fait référence aux expériences faites avec le matériel multibase (base quatre).

Les enfants ont l'habitude de vérifier les hypothèses qu'ils posent parce que l'enseignante de cette classe met à la disposition des enfants tout le matériel nécessaire afin que ceux-ci trouvent eux-mêmes la réponse à leurs questions.

Pour former des concepts nouveaux, la pensée requiert l'aide des sens. Ceux-ci peuvent donc agir sur du matériel concret.

La confrontation avec le réel favorise la prise de conscience et peut conduire les enfants à la compréhension.

Toutefois, l'utilisation du concret qui ne sollicite pas l'action de la pensée est inutile en classe. C'est pourquoi il m'apparaît important de susciter la réflexion en faisant prévoir les résultats que l'on va obtenir avant d'effectuer une vérification.

M. -Pensez-vous que ça sera la même chose que douze groupements de quatre, plus un cube?
E_1 -Non, ça va être plus petit.
E_2 -Non, ça va être la même chose.
E_3 -Oui, c'est la même chose.
E_4 -Non.
M. -On n'est pas certain?

La vérification infirmera ou confirmera les hypothèses posées.

Les enfants décident donc de vérifier celles-ci en utilisant le matériel Polymath ou les blocs multibases. Ils effectuent d'abord douze groupements de quatre barres plus un cube; ce qui donne (4 X 12) + 1 = 49 cubes. Selon la première hypothèse "121 base 4" donnerait "49 base 10".

La seconde hypothèse (une plaque, plus deux barres de quatre, plus un petit cube) conduit au résultat suivant: (1 X 16) + (2 X 4) + 1 = 25 cubes. Cela revient à dire que "121 base 4" donnerait "25 base 10".

Est-il possible que "121" en base 4 donne deux résultats différents en base 10? Il y a sûrement une erreur quelque part.

E_1 -Ça ne donne pas la même chose (L'élève montre la quantité de blocs supplémentaires dans le premier cas)
M. -X dit que ça ne donne pas la même chose, puisqu'il reste ça (En montrant la quantité). Pourquoi cela ne marche-t-il pas?
E_2 -Il aurait fallu rajouter une plaque et deux autres barres.

Les enfants ne peuvent grouper dans la même catégorie les résultats de leur vérification, puisque celui de la première hypothèse ne correspond pas à celui de l'autre.

Mais quel résultat correspond à la réalité?

M. -Toi, tu penses que c'est lui qui est bon.
E_1 -Oui.
M. -Pourquoi penses-tu cela?

E_1 -Parce que c'est une plaque de quatre, c'est marqué là (il indique le 1 dans 121), plus deux barres de quatre, c'est marqué là (il indique le 2 dans 121), plus un cube (il indique le 1 dans 121).

La manipulation avec les blocs a permis à l'enfant de se créer des images mentales qui dépassent la simple perception du matériel (cf. modèle de Woodruff). C'est à partir de ces images qu'il peut construire un concept et verbaliser le lien qui existe entre l'écriture des nombres et le matériel utilisé pour le représenter.

Mais avant de parvenir à saisir clairement un concept, il y a une phase de tâtonnement; c'est ce que l'on remarque dans les expressions suivantes.

E_3 -Moi, je ne comprends pas. Il me semble que douze regroupements; ça ne marche pas (L'enfant indique la première hypothèse).

M. -Toi, tu trouves que ça n'a pas de bon sens? C'est quoi qui cloche là-dedans?

E_3 -1, 2 et douze, il me semble que ce n'est pas pareil?

M. -On ne le sait pas, mais on pense que ça ne marche pas.

C'est probablement ce que Woodruff appellerait l'étape du concept intuitif. Je dirai tout simplement qu'on a une sorte d'intuition avant d'avoir une réelle compréhension de quelque chose.

L'enfant sait intuitivement que les deux catégories: "12 base 4" et douze n'appartiennent pas à la même classe. "Ce n'est pas pareil; elles ne font pas partie du même concept. C'est clair! On remarque ici une certaine discrimination, mais celle-ci n'est pas encore très assurée. L'enfant a donc besoin de vérifier ou de réfléchir à la question avant de fournir des explications. Il ne faut pas le brusquer. Il a sans doute besoin d'une certaine période d'incubation.[1] C'est souvent durant une telle période que "les processus préconscients entrent en action (...) jusqu'à ce que des solutions nouvelles surgissent" (Paré, 1976, vol. II, p. 305).

C'est sans doute durant de telles périodes qu'il faut contourner le problème, emprunter d'autres voies. On peut même s'accorder des moments de détente.

---

1. Phase existant surtout dans une démarche de création pendant laquelle les processus conscients sont suspendus. L'attention est portée loin du problème déjà défini; alors que l'on possède toute l'information nécessaire pour résoudre celui-ci.

J'écris "1, 2" et "douze" au tableau. Les enfants échangent entre eux. Ils se permettent même de rire un peu. J'observe les comportements des enfants sans rien dire.

Un enfant émet une idée qui peut conduire sur la bonne piste. Ça semble pour lui une sorte d'illumination[1].

M. -Toi, tu as des idées là-dessus?

E_4 -Moi, je pense que je viens de comprendre pourquoi ça n'a pas marché. C'est à cause que c'est en base quatre, et nous autres, on a compté des barres en base dix.

E_4 -Mais ça marcherait, si c'était en base 10.

1. Autre phase du processus de création pendant laquelle la pensée, après un moment d'incubation, trouve une idée nouvelle.

J'écris au tableau: "ça marcherait si c'était en base dix". J'utilise cette piste pour contourner le problème, car lorsque les élèves ont l'impression de ne rien comprendre, il est préférable de permettre à leur esprit de se reposer du problème initial et de se laisser aller à la cueillette de matériel nouveau. Se fixer sur un nouveau problème peut permettre à l'esprit de trouver une solution fortuite au problème laissé en suspens.

M. -Veux-tu, on va vérifier si cela marcherait en base 10? Si c'était douze regroupements ce serait des regroupements de quoi?

E_4 -De dix.

M. -Ce serait des barres de dix. On enlèverait le "quatre" et on mettrait en base 10: (121 base 10).

Le problème initial a donc été modifié. On s'attarde maintenant à la vérification de l'hypothèse de E_4.

Les enfants vérifient à l'aide du matériel.

E_5 -Oh! ça marche, mais oui; ça donne une plaque, deux barres et puis un cube.
E_4 -Je comprends.
E_6 -Moi, je ne comprends pas.

Chaque enfant vit une démarche personnelle. La compréhension de tous les enfants ne s'effectue pas au même rythme, ni au même moment. Les hypothèses posées par des enfants ne sensibilisent pas tous les autres. Il faut laisser à chacun le soin de parcourir son propre cheminement, et pour les aider il suffit parfois de verbaliser le problème dans des mots différents.

M. -On prend 121 base dix et on se pose la même question que Bruno: "douze groupements de barres de 10 plus un cube". Est-ce que ce serait la même chose que l'affirmation de Nadine: "une plaque, plus deux barres de dix, plus un cube"?

Les enfants vérifient les deux propositions à l'aide du matériel en base dix. Ils obtiennent le même résultat dans chaque cas. "C'est pareil" disent-ils. "On ne perd, ni n'ajoute de matériel". Cette constatation conduit à des prises de conscience.

La pensée, en effet, organise et structure l'expérience sensori-motrice qui s'est d'abord traduite en perception avant de faire partie du contenu de la conscience.

> Éric: -C'est à cause que tantôt, c'était en base quatre. Il aurait fallu que ce soit 1,2 base 4 pour les regroupements.
> M. -Il n'aurait pas fallu dire "douze" tantôt? Il aurait fallu dire "1,2 regroupements de quatre"?
> E. -Je commence à comprendre.

À mesure que l'expérience avance, on assiste à de nouvelles prises de conscience; mais celles-ci sont encore peu organisées, encore craintives. On signale seulement que l'on "commence à comprendre". On ne peut encore verbaliser le contenu de cette compréhension. On s'aperçoit peu à peu que les concepts commencent à s'articuler, mais ils demeurent encore intuitifs.

Ce n'est que lorsque l'enfant est capable de parler de ses prises de conscience que le concept s'articule. Il passe du concept intuitif au concept verbalisé.

Il me semble nécessaire de favoriser l'échange ou l'interrogation à haute voix, afin de faciliter cette nouvelle étape de la formation de concept, appelée "concepts verbalisés".

E_3 -Un, deux, base quatre, ça donne sept en base dix.
M. -Êtes-vous d'accord?
E_1 -Non.
E_2 -Ce serait plutôt six.
E_3 -Mais non.
E_4 -Ça, ça fait un regroupement.
M. -Un, deux base 4: c'est quoi?
E_3 -Un regroupement de barres de 4.
M. -Tu m'as dis "7 base dix".
E_3 -Non, je me suis trompé.
E_2 -Un, deux base 4, ca donne six base 10.
M. -Qu'est-ce que tu vois, quand tu dis "six base 10"?
E_2 -Pour compter nos bases, je fais l'égal pour voir si ça arrive.

Certaines expressions signalent un début de généralisation, au moins à l'égard des moyens utilisés pour vérifier un calcul. Mais, on est encore loin de la généralisation comme aboutissement du processus de formation de

concepts. Pour y arriver, il faudra probablement résoudre un certain nombre de problèmes du même type. Mais parfois, il suffit de réduire les données ou l'ampleur du problème afin de le rendre accessible aux enfants tout en conservant les éléments essentiels de la structure. Les enfants nous en fournissent un exemple en disant: "Un, deux base quatre donne six". Ce problème semble plus accessible aux enfants que le problème du manuel: "121 base 4 vaut ... en base 10". Utilisons-le.

M. -Bon, on va prendre un problème plus petit. On ne prendra plus 121 base 4. On va prendre 12 base 4 et on va essayer de voir quel est le nombre qui lui correspond dans la base dix.

E_1 -Dans la base dix, ça donne six.

E_2 -Je commence à comprendre.

E_3 -Je le fais en base 4 et après ça je vais voir ce que je peux faire avec cela en base 10. Ça va donner la réponse.

L'enfant (E_3) semble assuré de la validité de la technique utilisée. Il décompose le nombre 12 base 4 en unités et reconstitue celles-ci dans la base dix. Cette

technique découverte par l'enfant a l'avantage d'être comprise par lui. Celle que donnerait le maître pourrait restée extérieure aux enfants, parce que sans résonnance pour eux.

Les découvertes faites par les enfants sont aussi souvent imprévisibles. Alors que l'intervention du maître essaie de conduire les enfants vers une généralisation au plan des concepts, ceux-ci découvrent d'autres choses d'inattendues, mais tout aussi importantes.

Essayons encore une autre intervention afin de conduire à la généralisation.

M. -On va essayer un autre problème tout en restant en base quatre. 21 base 4 s'écrit comment en base 10?

Les enfants essaient toujours de trouver la solution à l'aide du matériel. Leur connaissance n'est pas encore assez assurée: ils ne peuvent pas encore déduire sans l'aide du matériel. Vaut mieux suivre leur cheminement sans le brusquer.

E_1 -Ça fait neuf.
M. -Est-on capable de regrouper en base 10.
Les enfants: Non.
M. -On va essayer: 31 base 4 donne quoi en base 10?
Les enfants (répondent immédiatement): ça fait treize.
M. -Êtes-vous sûr que ça fait treize.
E_1 -Ça fait une barre et trois cubes (en base dix).
E_2 -Alors, on écrit treize?
Bruno: -Ah! je viens de "catcher"!

Remarquons qu'ici se produisent des événements très intéressants et qu'il est bon d'observer.

D'abord, les enfants ne réfèrent plus au matériel avant de répondre. Ils ont l'air sûrs d'eux-mêmes. Et la solution apparaît claire: "Je viens de "catcher"". L'enfant qui évoque ce terme paraît tout illuminé. C'est lui (Bruno) qui avait émis la première hypothèse, mais qui a mis du temps à l'infirmer. Remarquons ses réponses par la suite.

M. -On essaie 24 base 4.
Bruno: -Non, il ne faut pas plus haut que trois.(24)
M. -Je peux écrire 33 base 4. Combien en base 10?
Note: (Les enfants vérifient avec le matériel).
E_1 -Quinze
Les autres: -Dis-le pas.
Bruno: -Une barre, cinq cubes en base dix.
M. -Est-ce qu'on va en essayer un autre.
E_1 -133 base 4.
M. -Il y en a qui en veulent des plus gros.
E_1 -Ça fait trente-et-un (Base 10).
Bruno: -Ça me donne 3 barres et un cube
E_2 -Moi aussi.

Ce n'est qu'après plusieurs exercices réussis de ce type que je peux poser une question plus complexe afin de permettre aux enfants de réfléchir à leur démarche.

M. -Qu'est-ce qu'on fait quand on passe d'une base quatre à une base dix?
E_1 -Une transformation.

M. -Quelle transformation fais-tu? Peux-tu dire ce qui se passe à chaque étape?

E_1 -J'ajoute six ... pour faire une barre de 10.

M. -Tu prends le même matériel et tu ajoutes six?

E_1 -Je veux dire: mes barres, je les réunis et ça me donne une barre de 10 au lieu d'une barre de 4.

La réponse ne me semble pas suffisamment claire pour moi et pour les autres enfants. Ma question ne doit pas être suffisamment éclairante non plus. Je dois la reformuler.

M. -Quelle est la première étape que vous faites lorsque vous passez d'une base 4 à une base 10?

Bruno: -On construit son nombre (en base 4), on compte les cubes.

M. -Ensuite

Bruno: -Je regroupe ensuite en base 10.

M. -Comment pourrait-on le faire sans matériel?

Remarquons l'insistance du maître à dégager peu à peu les enfants du matériel. Pourtant, il n'est pas nécessaire de forcer les enfants à le faire; ils le font habituellement d'eux-mêmes.

Il va sans dire que les enfants de cette expérience n'ont pas répondu immédiatement à la question. Ils ont d'abord fait un parallèle entre l'écriture d'un nombre en base dix et le comptage (base 10). Ils ont mentionné leur intention de se servir des cubes aussi longtemps qu'ils en auront besoin.

M. -Comment on ferait, si on n'avait pas de matériel?

E_1 -Ah! non. Ce serait dur!

E_2 -Moi, je vais commencer avec des cubes et quand je vais comprendre comme il faut avec les cubes, je vais essayer de comprendre sans le matériel.

M. -Tu aimes mieux prendre le matériel.

E_2 -C'est précis avec le matériel; tandis que dans notre tête...

Ces affirmations d'enfants nous révèlent l'importance de l'apport sensoriel comme étape primordiale de formation de concepts. Même si on semble avoir atteint une étape assez avançée dans la formation d'un concept, on revient souvent aux étapes antérieures. La formation de concept n'est pas linéaire, mais plutôt cyclique. Je dirais même, avec H. Taba (1964) que la pensée qui construit la connaissance de quelque chose emprunte un cheminement en spirale un peu comme les ondulations causées par le jet d'une pierre sur un lac bien calme. Celles-ci semblent parcourir un mouvement circulaire qui s'agrandit à chaque nouvelle ondulation, comme si la suivante était engendrée par le mouvement de la précédente.

Ainsi la pensée emprunte un cheminement en spirale de sorte qu'elle transforme les perceptions issues de l'expérience des sens en un concept intuitif, puis en un concept abstrait; mais pour le faire, elle a besoin de revenir fréquemment soit à l'expérience sensorielle, soit aux perceptions, soit aux acquis antérieurs. À mesure qu'elle semble faire ces retours en arrière, la pensée agrandit et enrichit son champ de conscience, elle acquiert ainsi le matériel nécessaire à une meilleure consolidation de la connaissance. Si l'on comprend ainsi le phénomène de la construction des concepts et de la connaissance, on devient plus permissif.

M. -Vous pouvez travailler aussi longtemps que vous voudrez avec les cubes. Quand vous pourrez, vous essaierez de trouver une méthode pour le faire sans cube.

E. -Sans cube!

Nadine: -Si là (1 2̲ 1), il y a 4 fois 4, ça fait 16, et là (1 2̲ 1) 2 fois 4 ça fait 8, et je prends un petit cube (1 2 1̲).

M. -On va écrire ce que Nadine a dit:

4 fois 4 = 16

2 fois 4 = 8

et 1

M. -Et après, que fais-tu avec cela?

Nadine: -J'additionne.

C'est très spontanément que Nadine énonce la façon de résoudre le problème sans utiliser le matériel. On remarque ici une étape importante d'abstraction qui a sans doute été facilitée par tout le tâtonnement antérieur. La suite nous dira si le concept est réellement abstrait.

M. -Que fait 121 base 4 dans la base 10? Vérifions pour voir si Nadine a raison

E_1 -Ça faisait 25 base 10.

(Les autres vérifient l'égalité avec le matériel).
Nadine: -Ça va, mon affaire!
M. -Est-ce que ce que Nadine a trouvé donne aussi 25?
E_2 -Qu'est-ce que tu as fait, Nadine? C'est ton 4 fois 4 qui me mêle.

Pour Nadine, c'est maintenant clair. Elle peut même expliquer aux autres. Elle le fait en réponse à la question: "c'est ton 4 fois 4 qui me mêle: Qu'est-ce que tu fais, Nadine?"

Nadine: -Ici, il y a une plaque. Dans une plaque, c'est 4 fois 4: quatre de longueur par 4 de largeur; ça fait 16. Comprends-tu?
E_2 -Ah! je comprends.
Nadine: -Et ensuite dans les dizaines[1], il y a 2 fois 4; ça fait 8. Plus un cube.

1. L'enfant confond le terme "dizaine" avec "barre de 4".

Pour Nadine, plus de doute, même si les termes pour exprimer la solution du problème sont encore inexacts. Elle a sans doute abstrait le concept sous-jacent au problème rencontré. Si l'on se réfère au modèle de Woodruff, le concept est même verbalisé, puisqu'elle est capable d'expliquer aux autres ce qu'elle a compris et trouvé. Reste un pas avant d'atteindre la généralisation.

M. -On va voir si la règle de Nadine est encore vraie dans un autre problème. Prenons un problème que nous avons déjà fait.
21 base 4 donnait 9 base 10. Comment décrirais-tu ta loi, Nadine?

Nadine: -2 fois 4; ça fait 8 plus un cube; ça fait 9 dans la base 10.

M. -(Je répète ce qu'a dit l'enfant qui a énoncé la loi avec trop de rapidité pour les autres).

Nadine: -Je serai prête à le faire dans la base 5.

Nadine est donc mûre pour la généralisation. Elle est apte à transférer la loi déduite pour résoudre un problème dans une autre base que 4, c'est-à-dire dans une base non encore explorée au cours de cette séance.

Cependant, certaines contraintes nous empêchent de suivre le cheminement d'une telle enfant dans un groupe-classe; on est porté à ralentir son rythme. C'est malheureusement ce que j'ai tenté de faire, avec cependant assez de permissivité.

M. -Ceux qui sont prêts à le faire peuvent le faire. Mais il ne faudrait pas aller trop vite pour les autres amis...

À cette étape, l'enseignante et moi, sentons que deux groupes se dessinent: 1) ceux qui comprennent la loi énonçée par Nadine; 2) ceux qui ont besoin de faire des expériences avec le matériel. L'institutrice me suggère de séparer les groupes d'enfants, c'est-à-dire d'envoyer travailler seuls ceux qui ont compris et de continuer la séance avec ceux qui connaissent encore des difficultés. Au même instant, je me rappelle une étape importante du modèle de Woodruff, celle du concept verbalisé. Je fais le lien entre ce modèle et les principes énoncés dans la méthode Cuisenaire-Gattegno.

L'un des mécanismes de base de cette méthode est d'établir un lien entre la pensée et la vision qui s'effectue en trois étapes[1]. L'une d'elle consiste à faire

1. Voir: Lepage-Canuel, Ernestine. Méthode Cuisenaire-Gattegno, dans Textes et notes de cours, UQAR, 1981, p. 100.

dire à l'enfant ce qu'il voit. En exprimant ce qu'il comprend, l'enfant peut aller très loin seul. Même si j'avais déjà expérimenté cette méthode avec des groupes d'enfants, je ne m'étais pas rendue compte d'une façon aussi consciente de la nécessité de faire verbaliser ceux-ci. L'expression verbale de ce que l'on comprend engendre une meilleure compréhension du concept. Rappelons-nous des expressions de certains professeurs: "Je n'ai jamais si bien compris cette notion qu'après l'avoir enseignée".

Ces modèles et mon expérience m'incitent à répondre à l'enseignante: "Non, laissons-les ensemble; les uns expliqueront aux autres". D'ailleurs ce phénomène s'amorce au même moment. Chaque enfant qui connaît des difficultés reçoit de l'aide de quelqu'un d'autre. Un enfant, entre autres, qui n'a jamais voulu écrire au tableau depuis le début de l'année, s'y rend de lui-même avec un autre camarade. Il lui explique ce qu'il comprend de la décomposition d'un nombre dans la base 4.

En plus de favoriser la consolidation des concepts, la verbalisation effectuée de cette façon devient un élément multiplicateur. Elle permet au maître de se dégager des tâches répétitives en laissant les enfants s'expliquer entre eux. Souvent, ils le font mieux que nous-mêmes.

La suite de l'expérience concrétise la dernière étape de la formation des concepts.

> M. -Pour voir si la loi est toujours vraie (et pour répondre à la demande de Nadine) on pourrait faire un problème dans la base 5.
> E. -Oui, on va le faire.
> M. -Tu peux m'en donner un, Nadine.
> Nadine: - 23 base 5 = ? base 10
> Bruno: -Ça fait 2 fois 5 plus 3 cubes.
> M. -On vérifie...
> E. -Oui, c'est vrai; ça fait 13 base 10.

Le travail se continue de la même façon et les enfants sont à même de dégager la loi générale qui s'applique maintenant à la conversion des nombres en base 10, à partir de leur écriture dans une base quelconque.

Les enfants prennent le goût à dégager des lois ou des "règles" (Gagné p. 26). Ils le feront à plusieurs occasions au cours de la même année scolaire. Ils y excelleront tout particulièrement en géométrie. Ils choisiront même ce thème[1] pour l'animation d'un atelier à la session d'étude APAME de mai 1982, à Rimouski.

1. Élèves de 6e année, École Mont St-Louis. Des enfants nous enseignent... la Primétrie, dans Instantanés mathématiques, vol. XIX, no 1, sept. 82, pp. 38-39.

3.3 Conclusion

Les lecteurs qui nous ont suivis au cours de ce cheminement ont sans doute trouvé la route un peu longue. Ne pas suggérer de réponse à l'enfant, mais le conduire à travers ses propres interrogations suppose du temps dont le programme scolaire et les tenants des résultats rapides ne tiennent pas compte.

Cependant ce n'est peut-être qu'au dernier quart de la route que le maître patient récolte les plus beaux fruits. Il est de plus assuré que sa patience n'a pas été éprouvée en vain, puisque les résultats obtenus sont supérieurs de beaucoup à ses attentes. Les enfants réutilisent les mécanismes acquis, ils développent ainsi leurs habiletés à penser non seulement dans une situation particulière, mais dans toutes situations qui requièrent l'utilisation de ces mécanismes.

CHAPITRE IV

MODÈLE DIDACTIQUE

Si la théorie peut guider la pratique pédagogique celle-ci peut fournir à la théorie une articulation nouvelle.

L'expérience précédente, ainsi que d'autres du même type, m'a permis de compléter la synthèse des étapes de la formation de concepts, exposée au deuxième chapitre de cet ouvrage, et de finaliser un modèle didactique susceptible d'être utilisé en classe particulièrement au niveau primaire. Ce modèle a été élaboré afin de mettre en lumière un certain nombre d'éléments théoriques utiles dans une démarche de formation de concepts et utilisables, jusqu'à un certain point, dans une démarche de résolution de problèmes.

Il se veut aussi un support théorique à la pratique pédagogique ainsi qu'un outil d'analyse des comportements du maître et des enfants en situation d'enseignement-apprentissage.

Pouvant être utilisé pour guider l'apprentissage de n'importe lequel concept, il a été avant tout mis au point

en vue de la construction des concepts mathématiques. La première partie du modèle reprend les étapes de la formation de concepts de Woodruff (1964), enrichies de celles des modèles de Pelletier (1968), de Yanoff (1972), et de Gagné (1976).

La seconde partie énonce un certain nombre de réactions d'enfants, associées à chacune des étapes de la formation de concepts. Ces réactions peuvent être soit des habiletés ou des comportements que l'on peut observer, soit des expressions ou des paroles (output) que l'on peut entendre. La dernière partie du modèle suggère un certain nombre d'interventions au maître qui veut favoriser le passage d'une étape à l'autre de la formation de concepts, en tenant compte des réactions des enfants.

4.1 Étapes de la formation de concepts mathématiques

Le modèle propose six (6) étapes de la formation de concept (cf. fig. 7). La première étape, appelée apports sensoriels réfère à la première étape du modèle de Woodruff et de celui de Yanoff. Elle concerne un certain nombre de stimuli qui se présentent aux sens et qui, par eux, sont apportés dans le champ de la conscience. Cet apport peut provenir de tout ce qui est extérieur à

ETAPES DE FORMATION DE CONCEPTS	REACTIONS D'ENFANTS		INTERVENTIONS DU MAITRE (COMPORTEMENTS, QUESTIONS OU FEEDBACK)
	EXPRESSIONS OU "OUTPUT" ENTENDUES	HABILETES OU COMPORTEMENTS OBSERVES	
Apports sensoriels ou d'expériences	Qu'est-ce que c'est? Que fais-tu? Je veux voir, faire, ... Je veux vérifier	Toucher Regarder Ecouter Manipuler, etc.	Formuler le problème ou fournir une situation. Disposer d'un matériel adéquat. Favoriser l'exploration. Eveiller la curiosité.
Perceptions sensorielles ou rappel d'expériences	Comment cela se nomme? Pourquoi faire? Je vois, remarque, observe que... Je vois mais ne comprends pas	Poser des questions Identifier, sélectionner Différencier...	Favoriser la perception. "Que vois-tu? Que remarques-tu? Qu'observes-tu? As-tu regardé, vérifié, ...? Stimuler le rappel d'expériences? Reformuler les questions des enfants...
Images ou représentations mentales	Ca fait penser à... Ca va ensemble Voyons, il me semble que, l'autre fois, je...	Associer, grouper Visualiser mentalement Associer les expériences au problème Réclamer des informations supplémentaires	Favoriser les associations, les comparaisons... Relier les expériences rappelées au problème posé. Comment peux-tu grouper? mettre ensemble? A quoi cela te fait-il penser? Est-ce que c'est semblable....
Concepts intuitifs ou début d'abstraction	Je veux voir encore.... Je pense que je comprends, mais ne suis pas sûr J'ai besoin de vérifier encore... Je commence à saisir mais ne puis le dire Je pense que c'est...	Centrer son attention sur... Avoir des intuitions sans pouvoir verbaliser clairement ce qu'on comprend Inférer	Favoriser la verbalisation de ce qu'on a compris. Veux-tu dire ce que tu penses, comprends... Explique ce que tu fais? Que veux-tu dire par ...? Etablir un climat de attente. Favoriser de nouvelles explorations. Veux-tu essayer un autre problème semblable?
Concepts verbalisés ou abstraction	J'ai "catché" Je comprends veux-tu que je te l'explique C'est parce...que...ça s'écrit de même	Comprendre et le verbaliser Expliquer ce qu'on a compris Symboliser	Se montrer attentif aux explications des enfants. Qu'as-tu compris? Explique clairement. Peux-tu l'écrire au tableau, dans ton cahier... Favoriser la verbalisation entre apprenants. Peux-tu expliquer ce que tu as compris à X.
Concepts généralisés ou généralisation	On pourrait essayer de voir ce qui se passerait si.... Ca se passe toujours comme (ci) j'en suis sûr J'ai trouvé une loi, une technique, etc	Enoncer des hypothèses et les vérifier Déduire Formuler une règle ou une loi	Inviter les enfants au transfert et généralisation. Crois-tu que ça se passe toujours comme ça? Qu'est-ce qui arriverait si.... (autre situation différente) Est-ce toujours vrai? Peux-tu trouver une loi qui voudrait dans tous les cas?

Fig. 7 Modèle didactique en vue de favoriser l'apprentissage de concepts mathématiques.

l'individu, de "tout ce qui est susceptible de stimuler sensoriellement le sujet" (Vachet, 1977, p. 227). Tous les sens sont mis à contribution dans cette première étape. Cependant, les expériences antérieures peuvent apporter un support aux sens, puisqu'elles peuvent se présenter insconsciemment pendant l'exploration sensorielle et agir sur les perceptions de l'apprenant. C'est pourquoi le modèle tient compte de l'apport de l'expérience antérieure au même titre que de l'apport sensoriel.

La deuxième étape de la formation de concepts est appelée perceptions sensorielles ou rappel d'expériences. Les perceptions sensorielles correspondent au "processus de perception" du modèle de Woodruff, de "discrimination" de ceux de Yanoff et de Gagné ainsi qu'à celui de "sélection de stimuli" du modèle de Pelletier. "Tout ce qui est susceptible de stimuler sensoriellement le sujet est capable de se traduire en perceptions et d'aller faire partie du contenu de la conscience "que Vachet appelle aussi "conscience de l'objet"" (Vachet, 1977, p. 227).

C'est à cette deuxième étape que les apports sensoriels sont perçus et acceptés dans le champ de la conscience. Ces apports sensoriels n'agissent pas seuls sur le champ de la conscience; ils sont souvent secondés par le rappel d'expériences antérieures. Celles-ci aussi bien

que les perceptions ponctuelles peuvent agir sur les images ou les représentations mentales de l'apprenant. Elles peuvent, au même titre que celles-là, aider l'individu à résoudre un problème comme à construire un concept; car l'individu est un tout intégral, il ne fait pas fi de ces expériences passées lorsqu'il construit un concept complexe ou résout un problème nouveau. C'est pourquoi le modèle tient compte du rappel d'expériences aussi bien que des perceptions sensorielles à cette deuxième étape de la formation de concepts. D'ailleurs ne définit-on pas tout concept comme un médiateur capable de grouper "nos expériences" (Pelletier). Ceci ne signifie pas que les apports d'expériences ou le rappel de celles-ci ne doivent s'effectuer qu'aux deux premières étapes de ce modèle. J'ai préféré les mentionner, à ce moment-ci, parce qu'ils peuvent influencer les images mentales qui se forment au cours de l'apprentissage avant de concourir à la formation des concepts comme tels. De plus, le rappel des connaissances ou des expériences passées, au même titre que les apports sensoriels, entrent, comme phase préparatoire, dans certains modèles décrivant les processus de créativité et de résolution de problèmes. En plus de recueillir les données des sens, celui qui crée comme celui qui résout un problème, fait appel à "toute l'information disponible, qu'elle soit stockée en mémoire ou à la disposition dans le milieu environnant" (Paré, 1977, p. 92). N'en

serait-il pas ainsi de la démarche de formation de concepts qui en est une de création et de résolution de problèmes?

La troisième étape de la formation de concepts est appelée images ou représentations mentales. Elle correspond à la troisième étape du modèle de Woodruff.

Le rappel d'expériences et la perception sensorielle suscitent la création d'un certain nombre d'images ou de représentations dans la pensée du sujet. Les représentations ou images mentales constituent le "contenu concret de la pensée" (Pieron, 1968, p. 374). A cette étape, le sujet est capable de se représenter, en pensée, les objets absents de son champ de perception. Il peut aussi se représenter mentalement les liens concrets qui unissent ces objets (objets, étant pris, ici, dans un sens large), même s'il est encore incapable d'expliquer ces relations.

Liée à la représentation ou aux images mentales, cette troisième étape conduit à celle de concepts intuitifs. Le sujet réalise qu'il commence à "voir dans sa tête". Il affirme comprendre mais il le fait avec peu d'assurance. Il s'agit ici d'un mode élémentaire de penser qui demeure intuitif. C'est tout de même un début d'abstraction; car l'individu commence à dégager intuitivement des constantes qui n'apparaissent pas tout à fait

organisées ou sur lesquelles il ne peut réellement compter. Reste à solidifier cette assise ou à la réajuster.

À cette quatrième étape, l'apprenant se comporte comme s'il manquait d'un élan, d'un "coup de pouce" pour faire le plongeon nécessaire vers la connaissance. Le chaînon qui crée le lien indispensable entre ce que l'on intuitionne et ce que l'on ne sait pas encore, semble absent. C'est probablement ce qui faisait dire à un enfant participant à l'expérience mentionnée dans le chapitre précédent: "Moi, j'ai besoin d'un coup de pouce pour catcher".

La cinquième étape est appelée celle des concepts verbalisés ou abstraction. Elle correspond en définitive à la cinquième étape du modèle de Woodruff et à celle d'intégration définie dans le modèle de Pelletier. C'est l'étape où le concept est formé. L'individu comprend suffisamment pour exprimer ce qu'il saisit ou le communique sous l'une des formes suivantes: écrite, verbale, symbolique, artistique, etc.

La dernière étape concerne les concepts généralisés, appellation utilisée par Woodruff. Elle n'est autre que la généralisation du concept construit. Elle correspond aussi au phénomène d'intégration que Pelletier définit comme "la possibilité d'étendre le concept à des spécimens

non actuels" (Pelletier, 1971, p. 22). À cette étape, l'individu peut intégrer le concept acquis ou dégager une loi qui s'appliquerait dans toutes les autres circonstances où ce concept pourrait se rencontrer. Car de dire Gagné, "le repérage et le retrait de ce qui a été appris ne se "produisent" pas toujours dans la même situation ou dans le même contexte que l'apprentissage original"; il est donc nécessaire qu'"une généralisation de l'apprentissage" se produise, et ceci peut s'effectuer au moyen "du transfert". (Gagné alt., 1976, p. 37).

Cette dernière étape du modèle m'apparaît importante dans la formation d'un concept. Atteindre l'étape du "concept verbalisé" signifie qu'on saisit ou comprend; atteindre celle du "concept généralisé" signifie qu'on peut maintenant transférer le concept construit à toutes les autres situations où celui-ci peut s'appliquer. Cela signifie que l'on peut maintenant voler de ses propres ailes avec aisance dans le champ des connaissances acquises.

Chacune de ces six étapes peuvent se franchir rapidement lorsqu'il s'agit de concepts simples, à tel point qu'on pourrait dire que certaines d'entre elles sont inutiles parce que non apparemment utilisées. Toutefois, il m'apparaît intéressant de constater que la construction des concepts mathématiques, qui sont en général des

concepts complexes, suit a peu près ce cheminement. L'expérience, décrite précédemment en est une illustration. Toutefois, l'ordre d'utilisation des étapes ne se fait pas nécessairement d'une façon linéaire. On peut, par exemple, franchir les trois premières étapes dans l'ordre et revenir à la première ou à la deuxième, avant de passer plus facilement à la quatrième. C'est l'individu qui décide de son cheminement. Mais je crois que la pensée a besoin de franchir toutes ces étapes pour s'assurer une construction solide des concepts mathématiques.

4.2 Réactions des enfants

Même si les processus et les étapes de formation de concepts sont suffisamment définis par les théoriciens, leur compréhension peut parfois sembler difficile aux praticiens qui n'arrivent pas toujours à trouver de références concrètes dans leur expérience quotidienne avec les enfants.

Dans cette partie du modèle, j'ai essayé de décrire un certain nombre de réactions d'enfants qui - si elles sont finement observées - pourront devenir autant de signaux correspondant aux diverses étapes de la formation de concepts, particulièrement des concepts mathématiques. La figure 7 en mentionne quelques-unes. D'une part, elle reprend des expressions entendues au cours des expériences

vécues avec les enfants, et d'autre part, elle énumère un certain nombre de comportements que l'on peut observer.

Durant la première étape, qui est exploratoire, les enfants manifestent un grand besoin de voir, toucher, regarder, manipuler, sentir, écouter, etc. Quand un problème se pose, ou qu'un désir de connaître existe, les enfants tentent naturellement de recourir à des supports concrets pour obtenir les informations nécessaires. S'ils ne le font pas, c'est que le contexte social dans lequel ils vivent les en a trop souvent empêchés ou a fourni des réponses toutes faites à leurs interrogations. Observons les enfants qui sont en présence d'un objet ou d'un outil inconnu; ils le touchent, le manipulent, regardent et examinent ses possibilités d'utilisation. Quelques-uns même le tournent en tous sens au point de mécontenter l'adulte qui en connaît le prix. Plusieurs expressions de la pensée accompagnent ces comportements. Par exemple, si j'apporte une calculatrice ou un micro-ordinateur à l'école et que les enfants voient ces instruments pour la première fois, en plus de dévorer ces objets de leurs yeux ébahis, ils verbalisent à qui mieux mieux des expressions comme: Qu'est-ce que c'est? Comment ça fonctionne? Qu'est-ce qu'on peut faire avec ...? À quoi ça sert? Suit immédiatement une série d'interrogations ou d'expressions de besoins: "Veux-tu me le prêter?" "je veux essayer";

"je veux "pitonner""; "je veux la faire fonctionner". Les enfants utilisent tous leurs sens pour connaître. Ils veulent voir, faire, vérifier, faire fonctionner, chercher par eux-mêmes, vivre en un mot leurs propres expériences avec toute leur personne. Si l'on répond à ces besoins manifestés par l'enfant, on ouvre une porte à la connaissance.

Lors de la deuxième étape, l'enfant, qui a vu, manipulé, observé, est apte à se poser des questions qui l'achemineront à travers les diverses étapes de formation de concepts. Mais pour répondre à une partie de celles-ci, il tente de décrire ce qu'il voit; il identifie ou note ce qu'il remarque; il compare, sélectionne, en un mot, il fait mention des diverses perceptions sensorielles qui se présentent dans son champ de conscience et qui contribuent à la création d'images mentales.

À la troisième étape, l'enfant visualise mentalement. Il peut associer les caractéristiques observées sur un objet ou sur un ensemble de données, à celles qu'il a déjà identifiées sur d'autres: "ça me fait penser à" ... "Voyons, il me semble que, l'autre fois, j'avais vu la même chose que"... Au fond, l'enfant commence à "voir dans sa tête". Il se représente en images la sit on ou les relations reliant le matériel concret avant de saisir toute l'essence du concept en jeu. Toutefois, il se peut

que l'enfant ait de la difficulté à établir le passage entre la perception et la représentation mentale. Il signale cette difficulté en réclamant des informations supplémentaires ou en se livrant à une plus grande exploration du matériel. Quelques enfants ont besoin de manipuler plus longtemps que d'autres - parfois, ils aiment le faire seuls sans être incommodés par ceux qui "voient" plus vite qu'eux. La vitesse de compréhension de certains camarades peut les obnubiler et les empêcher de créer ces images mentales. "Je n'arrive pas à voir, ce que tu vois", disent-ils.

La quatrième étape correspond à un début d'abstraction. L'enfant intuitionne quelque chose, mais ce quelque chose n'est pas encore clair. Ceci se manifeste par des expressions telles que: "Je commence à saisir, mais je ne puis te le dire". Je pense que je comprends, mais ne suis pas sûr. "Attends, j'ai encore besoin de vérifier". "Je pense que c'est ça, mais ...". "Laisse-moi voir encore, je pense que je vais l'avoir". L'enfant timide peut faire un signe de tête craintif pour manifester qu'il saisit, mais il ne peut expliquer ce qu'il comprend lorsqu'on lui demande de le faire. À cette étape, le concept est encore intuitif mais ne peut être verbalisé parce que sa structure n'est pas suffisamment organisée. On verra cependant des enfants inférer, c'est-à-dire poser des hypothèses qui n'ont pas toute la généralité de celles de la dernière

étape. Inférer, c'est plus qu'observer, percevoir, constater et se représenter; c'est conclure d'une façon pertinente et personnelle, à partir de faits ou d'énoncés déjà connus, sans pour autant donner à ceux-ci une extension qu'ils n'ont pas. C'est une sorte de conclusion particulière. Par exemple, comme je suis une femme, je pourrai inférer ceci: "Je peux mourir à 72 ans, étant donné que la moyenne de vie des femmes est soixante-douze ans". Toutefois, il m'est actuellement impossible de vérifier cette assertion. L'enfant qui a dit avoir reconnu douze groupements de quatre dans l'expression (121 base 4) fait une inférence. Il s'appuie sur des faits connus (12 en base dix) pour conclure de cette façon, mais son intuition lui a été défavorable.

À cette étape, on peut observer les enfants très centrés sur ce qu'ils font. Ils veulent à tout prix trouver, récupérer l'expérience vécue au profit d'une compréhension; mais il leur manque encore un chaînon afin d'établir une connexion entre ce qu'ils savent et ne savent pas encore. On dirait qu'ils n'ont pas réussi à trouver, dans leurs schèmes mentaux, la classe ou la catégorie qui pourrait accueillir ce qu'ils sont en train de construire.

Il se peut - et cela arrive fréquemment - qu'à cette étape-ci, l'enfant rencontre un certain blocage psychologique ou mental. Il commence à comprendre, mais quelque

chose lui échappe. Il continue à centrer son attention sur un aspect de la situation qui semble le mener nulle part. Cette difficulté de se décentrer d'un aspect pour se concentrer sur un autre est défavorable à la créativité tout autant qu'à la formation de concepts ou à la résolution de problèmes. Un moment d'incubation pourrait être favorable à la compréhension du concept ou à la solution du problème. En effet, après avoir tenté vainement de solutionner un problème, ne nous arrive-t-il pas de l'abandonner et de vaquer à d'autres occupations pour trouver une solution à un moment imprévu? C'est que, durant une période de repos ou de relaxation, l'esprit, libre de toute tension fonctionne en zone alpha [1] et peut alors trouver une solution inattendue aux problèmes rencontrés.

À la cinquième étape, l'enfant est comme la fleur qui s'ouvre au soleil. Il déborde de joie et peut se montrer parfois "explosif". L'enfant vient de comprendre et de s'approprier le concept. Il le manifeste clairement par des expressions telles que: "j'ai catché"; "je comprends;

---

1. Terme utilisé par le psychiatre et neurologien allemand, Hans Berger, pour désigner un rythme cérébral dont la fréquence se situe entre 8 et 13 HZ. Ce rythme peut correspondre aussi à celui du repos normal de l'adulte entre l'état de veille et de sommeil.

veux-tu que je te l'explique"? Des expressions comme celles-là peuvent se comparer à l'eurêka d'Archimède. Si l'enfant n'est pas encore mûr pour publier ses découvertes, il a souvent le goût de se proposer comme maître ou comme tuteur auprès des autres élèves de la classe. Ce besoin de verbaliser, d'expliquer ce qu'il a compris, en est un que l'enfant doit pouvoir combler pour conceptualiser pleinement.

J'ai souvent entendu dire par l'une ou l'autre de mes anciennes étudiantes, actuellement dans l'enseignement: "Depuis que j'enseigne cette matière, je la comprends bien mieux;" ou bien "pour enseigner, il faut comprendre deux fois". En effet, la compréhension d'une notion est acquise quand on peut en parler facilement. Qui a lu Boileau dira lui aussi:

> "ce qui se conçoit bien, s'énonce clairement et les mots pour le dire viennent aisément".

Si cette citation, servie autrefois aux étudiants qui maniaient difficilement la plume, a pu être contestée, elle n'en reste pas moins d'actualité à cette étape-ci de la formation de concepts. L'enfant devient tout à fait capable d'expliquer et de communiquer ce qu'il a compris par l'une ou l'autre des formes qui lui conviennent. Il peut parler de ce qu'il sait; il peut le symboliser, le dessiner ou l'écrire dans une langue compréhensible pour

lui et pour les autres. On est souvent fort surpris de voir l'enfant manier le symbolisme avec autant de facilité, si on lui a donné l'occasion de franchir ces cinq étapes de la formation de concepts.

La dernière étape est celle du concept généralisé. Le concept verbalisé, qui manifeste un processus d'abstraction de la part de l'enfant, comme de tout apprenant, acquiert son accomplissement au moment de la généralisation. Celle-ci se manifeste par la capacité de transférer dans d'autres situations l'apprentissage réalisé dans une situation donnée. L'enfant qui est sur le point de généraliser sent le besoin d'énoncer des hypothèses et de les vérifier afin de déduire une règle ou une loi qu'il pourrait réutiliser dans des circonstances différentes de celle pendant laquelle il a construit le concept. Ces hypothèses peuvent s'exprimer de diverses façons: "On pourrait essayer de voir si ça se passerait de la même façon si..." "Je pense que ça se passerait aussi comme ça si je le faisais dans la base 5 au lieu de la base 4 comme tantôt".

Une fois confirmées, ces hypothèses peuvent être formulées sous forme de lois et vérifiées de nouveau. C'est ainsi que l'enfant acquiert la certitude que la règle qu'il vient d'énoncer au sujet d'un concept donné peut s'appliquer dans tous les cas où ce concept se retrouve.

La déduction finale donne à l'enfant cette assurance que le concept généralisé est bel et bien sa propriété; il peut l'utiliser avec habileté sans avoir recours au maître. En effet, il a acquis la maîtrise du concept au point de devenir son propre maître.

Pour conclure cette partie traitant des comportements des enfants qui sont en train de construire des concepts, je relaterai une anecdote prouvant que le cheminement d'un adulte peut être comparé à celui d'un enfant dans un apprentissage mathématique.

Professeur au CPL (Québec), j'encadrais un certain nombre d'étudiants inscrits au baccalauréat d'enseignement primaire qui recevaient des cours de mathématiques au département des Sciences de l'Education de l'Université Laval. Une étudiante vint me rencontrer à plusieurs reprises afin de me parler de ses cours de mathématiques. Lors de sa première visite, elle me dit: "je n'y comprends absolument rien; c'est du chinois pour moi". Peu de temps après, elle me dit: "je pense que je saisis quelque chose, mais c'est flou". Lorsque, un peu plus tard, je la revis, elle me dit: "Je comprends pour moi; mais je ne peux te l'expliquer". Vers la mi-session, elle me donna des nouvelles de son cours dans ces termes: "Ça va bien. Je comprends maintenant. J'ai eu des bonnes

notes à l'examen. Je m'en suis bien tirée dans les démonstrations".

Ces quelques réactions illustrent un cheminement d'adulte sensiblement semblable à celui d'un enfant. Les étapes franchies se comparent facilement aux étapes de la formation de concepts, telles que décrites précédemment.

Toutefois, celui qui enseigne aux adultes oublie trop souvent que ceux-ci doivent construire les concepts qu'on tente de leur enseigner. Sous prétexte que leur pensée agit au "niveau formel" selon Piaget et qu'il faille sauver du temps dans l'enseignement, certains professeurs escamotent habituellement les premières étapes de la formation de concepts. Il ne faut pas s'étonner que l'adulte ou l'adolescent, en situation d'apprentissage mathématique, "décroche". C'est probablement pour cette raison que certains étudiants-maîtres de niveau universitaire aiment si peu les mathématiques. Comment aimer quelque chose qu'on ne comprend pas? Peut-on se faire une image mentale de ce que l'on n'a pas vu ou expérimenté? Comment relier une telle image aux acquis antérieurs?

Apprendre les mathématiques sans respecter les premières étapes de la formation de concepts, c'est comme essayer de photographier quelque chose à la noirceur ou

dans la pénombre sans "flash". Ne faut-il pas s'étonner que la représentation demeure floue?

L'étudiante, dont j'ai mentionné le cas ici, n'a probablement pas eu tout le support nécessaire pour franchir allègrement les six (6) étapes de la formation de concepts, mentionnées plus haut. Il s'en est suivi une période assez longue pendant laquelle elle a dû fournir des efforts personnels pour se référer au réel ou à ses acquis antérieurs afin de parvenir à conceptualiser.

Fort heureusement, cette étudiante était brillante. À force de travail, elle est d'abord parvenue au concept intuitif: "je comprends, mais ne peux t'expliquer". Elle a franchi l'étape du concept verbalisé puisqu'elle a su démontrer ses connaissances lors de l'examen. On peut même dire qu'elle est arrivée à généraliser puisqu'elle fut capable d'expliquer les lois et les principes étudiés dans des démonstrations mathématiques.

Suite aux réactions de cette étudiante et de plusieurs autres de même niveau, je suis parvenue à déduire que des adultes franchissent les mêmes étapes de formation de concepts que les enfants. Ils ont à peu près les mêmes réactions, sauf qu'ils peuvent franchir les étapes de la formation de concepts plus rapidement que ceux-ci puisqu'ils ont une plus grande expérience personnelle.

4.3 Interventions du maître

Un maître attentif aux manifestations des comportements des enfants peut être informé de ce qui ce passe dans leurs pensées. De plus, instruit des étapes de la formation de concepts, il peut être davantage à l'écoute de leurs réactions et favoriser leurs apprentissages.

Si elles sont faites en temps opportun, certaines questions ou interventions peuvent faciliter la construction de concepts mathématiques par les enfants. Une liste de celles-ci est donnée à titre d'exemples, dans la figure 7. On pourrait la compléter au besoin. Cependant, il serait difficile d'omettre certains éléments qu'elle contient.

Par exemple, il m'apparaît essentiel de fournir du matériel adéquat afin de favoriser l'exploration de l'enfant au cours de la première étape de la formation de concepts. Ce matériel devrait rester disponible tout le temps que dure l'activité. Un retour au matériel est souvent nécessaire à la compréhension.

Attirer l'attention des enfants sur ce qu'ils perçoivent ou observent apparaît aussi important. On ne doit pas non plus forcer les perceptions, mais les faciliter en fournissant un support concret et affectif.

Conduire à l'abstraction n'est pas chose facile, si l'on essaie de faire entrer coûte que coûte des notions mathématiques dans la tête des enfants. Pourtant l'abstraction qui se veut un mouvement naturel de la pensée peut être facilitée sans être forçée, si l'on respecte bien les premières étapes de la formation de concepts. La troisième de ces étapes consiste à faciliter la représentation mentale. Comment crée-t-on ses propres images mentales? En faisant le plus d'associations possibles; en comparant certaines choses avec d'autres; en rassemblant même ses souvenirs et en les confrontant avec l'expérience actuelle ou passée; en laissant une large place à l'imagination et à la fantaisie. Pour qu'elles soient naturelles, les interventions de l'éducation doivent suivre cette démarche de la pensée: favoriser les associations et les comparaisons; relier les expériences passées au problème actuel; susciter le travail de l'imagination; etc.

Cette troisième étape prépare la suivante où se présentent les premières manifestations de la conceptualisation. L'enseignant a tout intérêt à être attentif à de telles expressions: "Je sais, mais ne peux l'expliquer"; je commence à comprendre, mais ..." Ces réactions et d'autres semblables, manifestent un début de compréhension accompagné d'un manque d'assurance et un besoin de support. Lorsque de telles hésitations se manifestent, il

faut éviter de dire à l'enfant: "tu devrais comprendre"; "tu vois, c'est bien facile, tâche de saisir". Ces formes d'interventions ne servent qu'à augmenter le "stress" des enfants, "stress" déjà présent, qui les empêche de penser et de comprendre. On sait, qu'à cette quatrième étape, l'enfant porte déjà toute son attention sur la notion à saisir, parfois jusqu'au point de nuire à sa propre compréhension. Il a plutôt besoin de détente afin de réduire la tension, ennemie du travail de l'esprit. Le repos et la relaxation faciliteraient le passage de cette étape, encore pleine d'obscurité, à la suivante, où se manifeste la lumière. Il ne faudrait surtout pas oublier que durant cette période encore obscure, appelée période d'incubation, l'esprit est actif et ne demande qu'un peu de calme et même de détente, avant d'arriver à la phase d'illumination. Le processus d'incubation est souvent oublié en éducation, car on voudrait que les résultats de nos interventions apparaissent d'une façon tangible et le plus rapidement possible. On voudrait que l'enfant réponde immédiatement aux questions que l'on pose. Pourtant, la vie nous apprend que nous ne trouvons pas toujours de solutions immédiates à tous les problèmes auxquels nous sommes confrontés.

Une période d'incubation et de détente n'est pas perdue si l'on sait l'accepter et la permettre chez les enfants, tout en gardant la conviction qu'ils sont capables

de comprendre ou de résoudre leurs problèmes. Croire en ces possibilités, c'est, comme dirait Murphy (1962), une façon de "libérer la puissance cachée" dans leur "subconscient".

Cette libération se manifeste à la cinquième étape, alors que les enfants deviennent "explosifs", puisqu'ils manifestent d'autant plus leur enthousiasme que le problème rencontré leur avait paru insurmontable. De grâce, ne mâtons pas ce trop plein d'expression! L'enfant a un immense besoin de communiquer ce qu'il a compris d'une façon ou d'une autre. Il faudrait plutôt se rendre attentif aux explications données par l'enfant et favoriser la verbalisation des apprentissages entre apprenants. C'est une période très précieuse de l'"output", mentionné dans le modèle de Yanoff. Ce que l'enfant verbalise prend une nouvelle couleur à ses yeux, acquiert une forme personnelle et vient enrichir son répertoire de connaissances. Comme maître, on pourrait favoriser la communication entre les enfants, par exemple, entre celui qui a compris et un autre qui n'a pas encore atteint cette étape, en leur fournissant des situations possédant une structure similaire à celle qui a servi à l'apprentissage du concept. Ceci favorisera la consolidation des apprentissages ou la généralisation chez l'un et l'abstraction chez l'autre.

D'ailleurs, le professeur Dienes (1965) a déjà mentionné l'importance de fournir aux enfants une variété de situations significatives, c'est-à-dire des exemples de situations décrites par une structure mathématique donnée afin qu'ils puissent parvenir à dégager la structure en question et la généraliser par la suite.

> Pour accorder autant d'étendue que possible aux différences individuelles dans la formation conceptuelle, aussi bien que pour amener les enfants à acquérir le sens mathématique d'une abstraction, la même structure conceptuelle devrait être présentée sous forme d'autant d'équivalents perceptuels que possible" (Dienes, 1966, p. 46).

Le fait d'avoir compris une notion et de pouvoir l'expliquer ne sont pas nécessairement les manifestations de la dernière étape du processus de la formation de concepts. Conduire les enfants à la généralisation, même lorsqu'il s'agit de dégager des lois simples, est une étape très importante de l'apprentissage mathématique. D'ailleurs les enfants de la fin du second cycle du primaire y prennent un plaisir fou. Ils aiment trouver une loi ou une règle qui pourrait s'appliquer à d'autres situations similaires à celle durant laquelle ils ont construit le concept. Le maître averti leur fournit certaines situations où pourrait être dégagée ou appliquée la structure mathématique acquise. Il peut aussi utiliser

des interventions qui favorisent la généralisation, telles que: Qu'est-ce qui se passerait si ...? Est-ce que cela se passerait toujours de la même façon dans tous les cas où ...? Pourrais-tu trouver une façon d'expliquer ce phénomène qui serait valable aussi dans les cas x, y...? À quelle catégorie tu référerais pour que ce soit encore vraie pour x? Est-ce que la règle dégagée est encore utilisable dans tous les cas où ...?

L'étape de généralisation est trop souvent omise dans l'enseignement et aussi dans l'enseignement de la mathématique. On est souvent plus soucieux de l'utilisation adroite d'une technique que de la compréhension d'un concept et du dégagement de constantes pouvant conduire à la généralisation. On est parfois si heureux que les enfants comprennent (5ième étape) que l'on passe bien vite à quelque chose d'autres et l'on évite ainsi l'étape de généralisation (6ième étape). Il ne faudrait pas alors s'étonner si les enfants oublient bien vite ce qu'ils ont appris ou sont si peu habiles à établir des liens entre les notions du programme.

4.4 Conclusion

Même si le modèle proposé dans ce chapitre reste incomplet, il n'en est pas moins une invitation à tous les

éducateurs à être attentifs aux réactions et aux comportements des enfants lorsque ceux-ci sont en train de former un concept.

Pour développer cette habilité, il ne suffit pas d'avoir de la bonne volonté, de l'empathie et des dons naturels. Il est nécessaire de comprendre le fonctionnement de la pensée lorsque celle-ci conceptualise.

Pour cela la référence à un modèle devient un support utile et nécessaire pour guider l'action pédagogique. Ce modèle, auquel on réfère peut être un modèle personnel que l'on s'est fabriqué ou que l'on a modifié. Il peut aussi être un modèle que l'on emprunte à une théorie qui correspond à ses croyances pédagogiques. Toujours est-il, que la référence à un modèle est indispensable à une intervention pédagogique efficace. Il permet de voir où l'on est, où l'on va et de se réajuster au besoin.

C'est un tel support que j'ai voulu fournir à tous ceux qui voudront s'en servir pour conduire les enfants du primaire sur la voie de la formation des concepts mathématiques.

CONCLUSION

Cet ouvrage est le résultat d'un effort d'intégration de théories psychologiques et d'une pratique pédagogique. Le premier chapitre reprend un certain nombre de définitions du terme concept afin d'en mieux scruter l'essence. Le second s'intéresse à la compréhension de certains modèles qui fournissent un éclairage sur la formation des concepts.

La synthèse des modèles étudiés nous fait prendre conscience de l'utilité de ceux-ci lorsque nous intervenons auprès des enfants. L'expérience relatée dans le troisième chapitre en est une illustration.

Les études théoriques, illustrées par cet exemple, ont fourni les éléments nécessaires à l'élaboration d'un modèle didactique utilisable dans le contexte de l'apprentissage des concepts mathématiques au primaire.

Les étapes de formation de concepts - qui portent divers noms selon les concepteurs - retrouvent leur importance dans ce modèle en autant qu'elles s'harmonisent avec l'observation des comportements des enfants engagés dans une démarche d'apprentissage et que les résultats de cette

observation sollicitent des interventions pertinentes de la part du maître.

C'est dans le but d'apporter un support à cet aspect de la pratique pédagogique qu'un certain nombre de comportements, observés chez des enfants en train de former des concepts mathématiques, a été codifié et qu'une liste d'interventions susceptibles de favoriser cette construction a été proposée.

L'utilisation des résultats d'une pratique pédagogique dans l'élaboration d'un modèle didactique a été faite aussi dans le but de réconcilier la "pratique" et la "théorie", trop souvent conçues comme opposées dans le monde de l'enseignement. De plus, les politique du MEQ relatives à la formation pratique et au perfectionnement des enseignants incitent les formateurs de maîtres à une plus grande intégration de ces deux composantes.(MEQ, 83-CFM-54-12).

Ce modèle, qui reste sans doute incomplet, demeure un outil offert aux personnes qui veulent l'utiliser auprès des enfants pour comprendre le rôle de la formation des concepts dans leur enseignement de la mathématique. Il devient pour moi l'amorce d'une recherche qui veut intégrer théorie et pratique.

BIBLIOGRAPHIE

ARCHER (1966) "The Psychological Nature of Concepts" in Klausmeir and Harris, Analysis of Concepts Learning, N.Y. Academy Press.

AUSUBEL, D.P. (1968) Educational Psychology: a cognitive view, N.Y., Holt, Rinehart & Winston.

BROWN, D.W.F. (1972) Putting Minds to Work. An Introduction to Modern Pedagogy, N.Y., John Wiley & Sons.

BRUNER, J.; GOODNOW, J.; AUSTIN, G. (1977) A Study of Thinking, N.Y., Robert E. Krieger Publishing Company.

BYERS, V.; HERSCOVICS, N. (1977) "Understanding School Mathematics", in Mathematics Teaching, 81, 24-27.

CARROLL, J.B. (1964) "Words, Meaning and Concepts", in Harvard Educational Review, 34 (1964): 178-202.

DIENES, Z.P. (1966) Construction des mathématiques, Paris, P.U.F.

Élèves de 6e année, École Mont-Saint-Louis (1982). "Des enfants nous enseignent... la Primétrie", dans Instantanés Mathématiques, vol. XIX, no 1, sept. 1982: 38-39.

ENGELMANN, S. et Th. (1978) Comment donner à vos enfants une intelligence supérieure. Traduit de Give your child a Superior Mind, par André Kédros, Belgique, Les nouvelles éditions Marabout.

FERGUSON, M. (1981) Les enfants du Verseau. France, Ed. Calmann-Levy.

GAGNÉ, R. (1965) The Conditions of Learning. N.Y., Holt, Rinehart & Winston.

GAGNÉ, R.; BRIEN, R.: PAQUIN, R. (1976) Les principes fondamentaux de l'apprentissage. Montréal, Les Éditions HRW.

HERSCOVICS, N.; BERGERON, J. (1982) "Pourquoi et comment décrire la compréhension de la mathématique." Bulletin AMQ, Vol XXII, no 1, mars 1982: 9-19.

KENDLER, H.H.; KARASIK, A.D. (1958) "Concept Formation as a Function of Competition between Response Produced cues", in Journal of Experimental Psychology, 55 (1958): 278-283.

LAFON, R. (1973) Vocabulaire de psychopédagogie et de psychiatrie de l'enfant. Paris, P.U.F.

LEPAGE, E. (1979) Une analyse de stratégies de résolution de problèmes. Thèse de doctorat, Québec, Université Laval.

LEPAGE-CANUEL, E. (1976) "Les opérations de la pensée dans une démarche de résolution de problèmes", dans Instantanés mathématiques, Vol. XII, no 5, juin 1976: 36-41.

LEPAGE-CANUEL, E. (1981) Textes et notes de cours, Rimouski, UQAP.

Ministère de l'Éducation du Québec (1980) Programme d'études - primaire - mathématique. Québec, Gouvernement du Québec.

MOWRER, O.H. (1960) "The Psychologist books of Language", in American Journal of Psychology, 9 (1954): 660-694.

MURPHY, J. (1962) La puissance de votre subconscient, traduit de l'anglais par Dr Mary Sterling, Montréal, Ed. Le Jour.

OSGOOD, C.E. (1953) Method and Theory in Experimental Psychology. N.Y., Oxford University Press.

PARÉ, A. (1977) "Créativité et apprentissage", vol. II, dans Créativité et pédagogie ouverte, Ville de Laval, Ed. N.H.P.

Par un groupe d'enseignants (1978) J'explore la mathétique. Montréal, Guérin.

PELLETIER, D. (1971) La représentation de soi. Ottawa,Ed. du renouveau pédagogique.

PIAGET, J.; INHELDER, B. (1967) Genèse des structures logiques élémentaires. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

PIÉRON, H. (1968) Vocabulaire de psychologie. Paris, P.U.F.

RAMON, J.R. (1964) "A Concept Formation Approach to Attitude Acquisition", in The Cognitive Processes: Readings, N.J., Prentice-Hall Inc. (1964): 486-495.

ROBERT (1973) Dictionnaire de la langue française. Paris, S.N.L.

STAATS, A.W. (1964) "Verbal Habit Families, Concepts, and the Operant Conditioning of Word Classes", in The Cognitive Processes: Readings, N.J., Prentice-Hall Inc. (1964): 161-176.

TABA, H.; ELZEY, F.F. (1964) "Teaching Strategies and Thought Processes", in Teaching and Thinking. Teachers College Record, 65 (1964): 524-534.

TABA, H. (1967) Teacher's Handbook for Elementary Social Studies. Massachusetts, Addison-Wesley.

VACHET, P. (1977) "Un nouvel art de guérir: la sophrologie", dans Le regard magnétique par Amadou, Fourcade et alt., Paris, Ed. Lafont.

WOODRUFF, A.D. (1964) "The Use of Concepts, in Teaching and Learning", in NEA Journal, January (1964): 81-99.

YANOFF, J. (1972) "The Functions of the Mind in the Learning Process", in The Psychology of Open Teaching and Learning, an Inquiry Approach, Silberman, M.; Allender, J. and Yanoff J. Boston, Little, Brown and Company.

JANVIER 1984
Université du Québec à Rimouski